

# דמוגרפיה, גניאולוגיה, גנטיקה והלכה:

## נדב שנרב

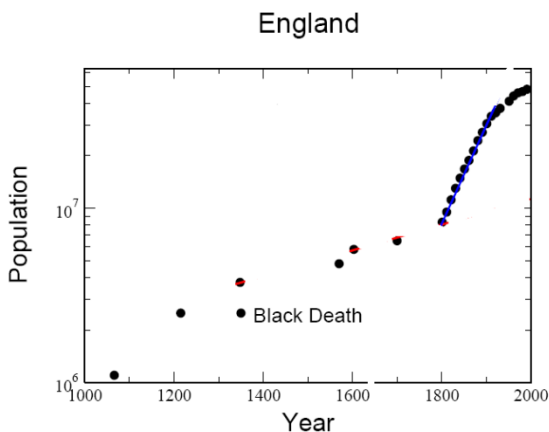
דמוגרפיה היא תחום המדע העוסק בגדלן, הרכבן והתפתחותן של אוכלוסיות. כאשר אנו מדברים על בעלי חיים או על בני אדם אין מדובר סתם בסדרה של עצמים: כל יצור הוא בן להוריו ונכד לסביו, או באופן כללי הוא עלה או ענף של עץ המשפחה (העץ הגניאולוגי). במאמר זה נעסוק בדמוגרפיה וביחס בין גודלם הכללי של החברה, העדה או העם, לתכונותיהם של אילנות היוחסין של כל אחד מאתנו.

ליוחסין ולהשתייכות משפחתית ושבטית יש משקל גדול ביהדות (וכפי שנראה בהמשך גם בדתות אחרות). חלק גדול מאד מן התנ"ך מוקדש לרשימות יוחסין, הפרק הרביעי של מסכת קידושין מוקדש לקבוצות שונות שקיימות בעם היהודי: כהן לוי וישראל, נתין וממזר גר ועבד משוחרר וכן הלאה. שאלות של היתר ואיסור לבא בקהל ושל יחסי כהונה ולויה תופסות מקום נכבד בספרי הפוסקים ובספרות השאלות והתשובות. נשתדל, דרך הילוכנו, להאיר כמה מן ההשלכות ההלכתיות או התורניות של התהליכים שאותם נתאר.

כנקודת פתיחה לנושאים השונים בהם נדון, הבה נציג את שאלת השאלות של הדמוגרפיה: בעית פיצוץ האוכלוסין.

### תומס מאלתוס רואה שחורות:

שנת 1066 היתה שנה חשובה בהיסטוריה של אנגליה. הרפתקן נורמני העונה לשם ויליאם, יחד עם חבר מרעיו, נחתו בחופי האי, ניצחו את המלך הרולד בקרב הייסטינגס, השתלטו על שטחי אנגליה והכתירו את מנהיגם (שעד אז נודע דוקא בשם הפחות מחמיא, "ויליאם הממזר") כויליאם הראשון, מלך אנגליה או ויליאם הכובש.



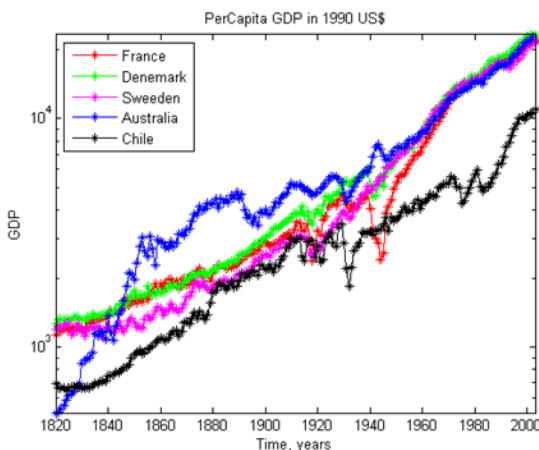
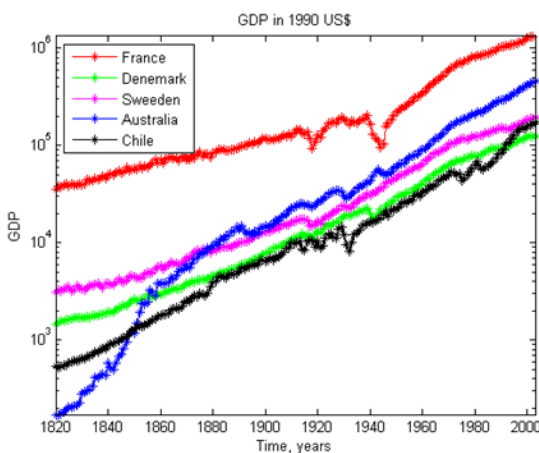
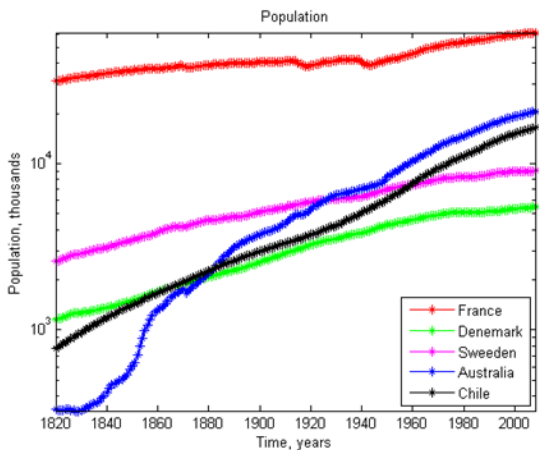
לויליאם ולצבאו היתה מטרה פשוטה: שלל. לאחר שסיים להשתלט על אנגליה היה צעדו החשוב עריכת מפקד אוכלוסין וסקר קרקעות מקיף, שסוכם לאחר מכן בספר מיוחד, doomsday book, ספר שנשמר בארמון המלך בוינצ'סטר. מטרת כל הענין היתה כמובן גבית מיסים יעילה, אבל הסקר השאיר לנו תיעוד על גודלה של אוכלוסית אנגליה לפני כמעט אלף שנה. סקרים נוספים שנערכו מאז נתנו את הנקודות שבאזור משמאל, בין היתר קל להבחין בירידה הדרמטית בגודל האוכלוסיה לאחר מגפת הדבר שפקדה את אירופה במחצית המאה ה-14.

כפי שניתן לראות, החל משנת 1800 מפקדי האוכלוסיה הפכו להיות תדירים יותר, אבל הנתון הבולט לעין באמת הוא העליה הדרמטית בקצב הגידול של האוכלוסיה מאז תחילת התקופה המודרנית. בעוד הנתונים מלפני 1800 משקפים עליה של כ 3.5 אחוזים בדור, כלומר אם בדור מסוים גרו בכפר אלף אנשים, 30 שנה אחר כך היו שם 1035 בני אדם. לאחר 1800 קצב הצמיחה לכמעט 25% בדור, ואוכלוסית אותו כפר היפותטי צמחה מ 1000 ל 1250 תוך אותן 30 שנה. התוצאה היתה מתבקשת: חלקות האדמה של האבות שהתפצלו בין הבנים היורשים הפכו קטנות מדי, אלפי איכרים מרוששים חסרי קרקע נהרו אל הערים והחלו לעבוד בשכר רעב בכל מיני סדנאות יזע. כך נוצרה הסיטואציה שהפכה את המתח בין המעמדות החברתיים לסיפור המכונן את תפיסת העולם של בני המאה ה 19 (מארקס, פרודון, בקונין, לסל, גאלטון ומי לא. עוד נחזור אליהם).

הגידול באוכלוסיה נבע מירידה בתמותת התינוקות ועליה בתוחלת החיים, תוצאות של הירידה בתחלואה בעקבות שיפור התברואה הציבורית ושל עליה מסוימת בכמות המזון. למרות התופעה המעודדת, לכאורה, היה לפחות אדם אחד שצפה במתרחש בחרדה גוברת והולכת.

תומס מאלתוס היה כומר, דמוגרף וכלכלן בריטי מבריק אשר חייו התנהלו במקביל למהפך הדמוגרפי הגדול שתיארנו. הוא טען כי אין סיכוי להגדיל את התוצר הדרוש עבור חיי הבריות (כמו כמות המזון או כמות הדירות) בקצב שיתחרה עם קצב הגידול של האוכלוסיה. מסקנתו של מלתוס היתה כי בשלב מסוים פשוט לא ישאר מספיק אוכל לכולם. האנושות תגיע למצב בו חלק מן האנשים יצטרכו לרעוב למוות, מה שיביא מן הסתם לשורה של מלחמות ומגפות אשר יובילו בסופו של דבר לצמצום האוכלוסיה. אין, כך טען מלתוס, אפשרות אחרת: או שנעצור איכשהו את הילודה (מלתוס המליץ על מגוון של טכניקות, אבל באירת המוסר היוקטוריאני של זמנו שם דגש על פרישות מרצון), או שנגיע להתפוצצות. מתוך תפיסה זו התנגד מלתוס גם ל"חוקי העניים", הנסיון הראשון של בריטניה ליצר מערכת של תמיכות סעד. טענתו היתה פשוטה: אם אתה נותן לעני כסף או אוכל היום ומונע ממנו למות ברעב, הוא יביא ארבעה צאצאים לעולם שאותם בודאי לא תצליח לפרנס בעתיד, לכן עדיף לסגור את הסיפור כבר בשלב המוקדם. "חוקי העניים", אמר מלתוס "מייצרים את העניים עליהם הם שומרים".

קשה לומר בהחלטיות כי מלתוס טעה, אבל כעובדה עד היום חזונו המפחיד לא התממש. מה שקרה עד היום מודגם בשלש התמונות משמאל, המראות את האוכלוסיה (תמונה עליונה), את התוצר המקומי הגולמי (GDP) (אמצעית) ואת התוצר לנפש (תחתונה) עבור חמש מדינות שונות משנת 1800 ועד 2000. אנו רואים כי האוכלוסיה אכן גדלה



ואפילו במרץ, אבל התוצר, או כמות המשאבים העומדים לרשות הבריות, גדל **מהר יותר** כך שגם התוצר לנפש גדל. לא זו בלבד אלא שירידות הנגרמות מאסונות ומשברים (כמו שתי ה"נפילות" שקרו בצרפת – הקו האדום בגרף – במלחמת העולם הראשונה והשנייה) מתאזנות מהר על ידי עודף גידול לאחר המשבר עד שבסופו של דבר הצמיחה נראית פחות או יותר קבועה.

ניתן לשאול, האם מאלתוס אכן טעה, או שבסופו של יום אי אפשר יהיה להחזיק את קצב הצמיחה המהיר והאנושות תגיע לשואה מלתוסיאנית. העתון רב היוקרה Science הציג בעיה זו כאחת מ 25 הבעיות החשובות ביותר של המדע המודרני<sup>1</sup>. חלק מן הכלכלנים חושבים כי קצב הפיתוח הכלכלי של התקופה המודרנית הוא תופעה חולפת, וכי בסופו של יום אי אפשר להכות את ההגיון של מלתוס והאוכל יגמר אם נמשיך להשריץ ילדים בלי חשבון. אחרים סבורים כי הגידול האדיר בתוצר נובע מטכנולוגיה שאותה יוצרים בני אדם. בעיניהם, המשאב הראשי העומד לרשות האנושות הוא יצירתיותם של פרטים (אמנם נדירים יחסית, אבל הם מהווים שבר מסוים של האוכלוסיה) המביאה המצאות וטכנולוגיות חדשות. אם כך הוא הדבר, המשאב העיקרי שקובע את קצב הגידול הוא האנשים עצמם וככל שיהיו יותר מהם (לפחות כל עוד מדובר בחברות בהן יש אפשרות לעסוק במדע וטכנולוגיה) כן ייטב. אמור מעתה: אם תביא הרבה ילדים עולם, הגדלת את הסיכוי שאחד מהם יפתור את בעיית התפוצצות האוכלוסין.

### **מצוות פריה ורבייה ותכניתם של בעלי התוספות להשמדת העם היהודי:**

הפן ההלכתי של גידול האוכלוסיה הוא מובן מאליו. מצוות פריה ורבייה היא המצווה הראשונה שמונה ההלכה בתורה: "שציונו", כותב הרמב"ם בספר המצוות שלו (עשה רי"ב) "לפרות ולרבות לכוין לקיום המין, והיא מצוות פריה ורבייה, והוא אמרו יתעלה 'ואתם פרו ורבו'..."

"לכוין לקיום המין"? מעניין. מטרת המצוה, לדעת הרמב"ם, היא שרידתו של המין האנושי. כמה דינים מיוחדים ניתן לשייך לאותה כוונה. לדוגמה, ההלכה קובעת כי מי שהוליד בן או בת עקרים, שאינם בעלי כושר ההולדה, לא קיים את המצוה עד שיעמיד ולדות הראויים להוליד. "קיום המין" הוא הקובע, ומי שאינו יכול להוליד לא משרת מטרה זו.

מהו המינימום הנדרש כדי לקיים מצוות פריה ורבייה? על כך נחלקו בית הלל ובית שמאי. "לא יבטל אדם מפריה ורבייה אלא אם כן יש לו בנים. בית שמאי אומרים: שני זכרים ובית הלל אומרים – זכר ונקבה" מקורם של בית הלל הוא מפרשת הבריאה: "זכר ונקבה בראם". ההלכה, כמובן, כבית הלל, זכר ונקבה.

מה נוכל לומר על הקיום של מצווה זו במהלך הדורות? האם אנשים הביאו לעולם בממוצע יותר מזוג ילדים? לפעמים נדמה שכן, שהרי אוכלוסית העולם גדלה עם הזמן, ובסיפורים מדורות קודמים מופיעות תמיד משפחות מרובות ילדים. מצד שני, גידול האוכלוסיה בעולם רחוק מלשקף את מספר הילדים למשפחה שאנו מדמים. אם זוג מוליד, לדוגמה, ארבעה ילדים, נקבל בדור הבא שמונה, בדור שאחריו 16 וכן הלאה. חשבון פשוט יראה לנו כי תוך חמשים דורות (אלף וחמש מאות שנה, נאמר) יצטרכו 100 איש להצטופף על כל מטר מרובע של יבשה על פני כדור הארץ. אם, למען התרגיל המחשבתי, ניקח 192 דורות מאדם וחווה עד לששת מיליארדי האנשים שחיים כיום, נגלה קצב לידה ממוצע של שני ילדים ורבע למשפחה: בדורות הקודמים, רוב הילדים מתו, בעיקר ממחלות, לפני

<sup>1</sup> "Will Malthus Continue to Be Wrong?", *Science magazine* 309, 102 (2005).

שהעמידו וולדות בעצמם. לפני הפנצילין והחלב המפוסטר, תרומתן של משפחות בנות עשרה ילדים ל"קיום המין" לא הייתה שונה בהרבה משני הילדים והכלב אצל השמאלנים בתל-אביב.<sup>2</sup>

חובת קיום המצווה, לדעת ה"שלחן ערוך" (אבן העזר א'), היא החל מגיל שמונה עשרה, "ובשום עניין לא יעבור מל' שנה בלי אשה, ומי שעברו עליו כ' שנה ואינו רוצה לישא בית דין כופין אותו לישא כדי לקיים מצוות פריה ורביה..." כופין? האם בית הדין צריך להכריח אדם לישא אשה? כנראה שכן, ובדורות קודמים הדבר לא נראה לאנשים מוזר כלל וכלל: רווק בן עשרים שלא מצא את זיווגו עדיין מוזמן אחר כבוד לבית הדין, שם מצליפים בו בשוט כמה מכות הגונות מדי פעם כדי לעודד אותו לישא אשה בהקדם האפשרי. יש להודות שזה נשמע יותר יעיל ממפגשי "ספיד דייט" ונסיעות לקבר התנא בעמוקה. אבל "בזמן הזה", מעיר הרמ"א, "נהגו שלא לכופ על זה ... וכן בשאר ענייני זיווגים".

למה, באמת, לא כופים לישא אשה? הרי מצד הדין ניתן לכפות את כל מי שמסרב לקיים מצווה, ולמה נגרע חלקה של מצוות פריה ורביה? המרדכי (יבמות סא.) מביא הסבר מפתיע מאד. בהסתמך על דברי הגמרא בבבא בתרא, הוא טוען שבימינו בטל חלק מתקפה של מצוות פריה ורביה.

מה אומרת הגמרא? מדובר באגדתא המסיימת את פרק חזקת הבתים (ו:). "תניא, אמר ר' ישמעאל בן אלישע ... מיום שפשטה מלכות הרשעה שגזרת עלינו גזירות רעות וקשות ומבטלת ממנו תורה ומצוות ... דין הוא שנגזור על עצמינו שלא לישא אשה ולהוליד בנים ונמצא זרעו של אברהם אבינו כלה מאליו ("בענין טוב", מפרש הרשב"ם...), אלא הנח להם לישראל מוטב שיהיו שוגגין ואל יהיו מזידין"

כמה הלכתא גברותא ניתן ללמוד מדרשתה זו. ראשית, אנו רואים כאן את התפיסה כי עצם קיומו של עם ישראל בגלות הוא אנומליה היסטורית מזיקה, שמן הדין היה לבטל אותה במקום לנסות ולקיים אותה במחיר כבד (ור"י בן אלישע, שחי בדור הסמוך לחורבן בית שני, מן הסתם לא העלה בדעתו את המחיר שעוד נדרש עם ישראל לשלם בהמשך הדרך). אבל המרדכי הרחיק לכת ולמד מכאן גם דין מעשי, "לכל הפחות אין כופין" אדם לקיים את המצווה, שהרי היה ראוי לבטל אותה לגמרי. מדברי המרדכי, וגם מפירושו של הרשב"ם ושל רבינו גרשום במקום, משמע כי מדובר באמת על האופציה לתקן תקנה שתבטל לגמרי את מצוות פריה ורביה ותחסל דמוגרפית את העם היהודי בתוך דור אחד. מקובלנו כי בידי חכמים הכח לבטל מצוות עשה בתקנותיהם, ומצווה זו, כך נראה, אינה שונה לדעתם מתקיעת שופר בשבת שביטלו חכמים בגלל חששות שונים. זהו, אם תרצו, מסלול א' לביטול העם היהודי: לא מתחנתים, לא מביאים ילדים לעולם, ובתוך דור אחד אין יותר עם.

בעלי התוספות חשבו אחרת. הם לא קיבלו את האפשרות לבטל מצוה מן התורה, ולכן על דברי הגמרא "דין הוא שלא לישא נשים" שואל התוספות (שם ד"ה דין) "תימה, והכתיב פרו ורבו?" ומתרץ כי "על אותן שכבר קיימו פריה ורביה קאמר... שלא יוליד אלא בן ובת".

אם כל זוג לא יוליד "אלא בן ובת" אכן תתגשם השאיפה ל"זרעו של אברהם אבינו כלה" שהרי חלק מן הילדים לא יעמידו וולדות (דמוגרפים מודרניים מעריכים כי 2.33 ילדים למשפחה הם המינימום הדרוש כדי לשמור על גודל אוכלוסיה קבוע, ובפחות מכאן האוכלוסיה קטנה והולכת). כנראה שבעלי התוספות התכוונו למשהו שנוכל לקרוא לו מסלול ב' לביטול עם ישראל: הקטנה דמוגרפית איטית של העם עד להעלמותו כעבור מספר דורות.

<sup>2</sup> למען האמת הערכות שנעשו על בסיס פולימורפיזם גנטי מגלות כי קצבי הגידול של אוכלוסיות אנושיות, כאשר הם ממוצעים לאורך זמנים ארוכים, קרובים מאד למצב של אוכלוסיה קבועה, כלומר לכל זוג היו משהו כמו 2.001 ילדים בממוצע.

בתורה מתוארת גם מערכת שלמה של ירושת נחלות שמטרתה לשמור על חלקת הקרקע של האב בידי המשפחה, מערכת שכוללת ייבום של אשת מי שנפטר ללא בנים כדי "להקים שם המת על נחלתו", גאולת קרקע, יובל, איסור על נשים היורשות קרקע להנשא מחוץ לשבט וכדומה. למיטב הבנתי מערכת כזו יכולה להתקיים באופן פרקטי רק בחברות שבהן מספר האנשים קבוע או עולה אט אט. במצב בו כל אב צריך לחלק את נחלתו בין כמה בנים יקטנו החלקות לגודל זניח תוך מספר קטן של דורות.

אלא שישנה בעיה קשה. כדי להוליד בן ובת, לא מספיק להוליד שני ילדים! בחצי מן המשפחות להן שני ילדים מדובר בשני בנים או בשתי בנות. מכאן עולה שאלה משעשעת: מה יהיה גודלה הממוצע של משפחה הפועלת לפי שיטת התוספות, כלומר משפחה בה מולידים ילדים עד שמגיעים לקיום מצוות פריה ורביה, ואז מפסיקים כדי שיהא זרעו של אברהם אבינו כלה?

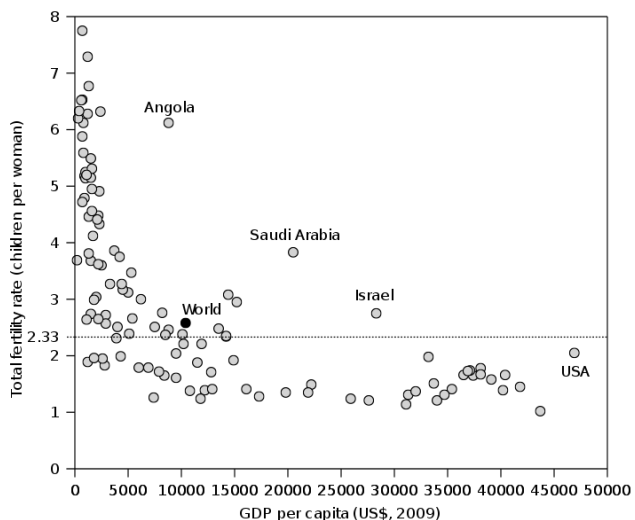
כדי לפשט את העניין, נציג בעיה שקולה, בעית הממשלה הסינית. בסין, כידוע, אין הממשלה מתירה לזוג להביא יותר מילד אחד לעולם, ונגד העוברים על החוק ננקטים צעדים חמורים. אלא שכאן נוצרת בעיה. סינים רבים מעדיפים כי צאצאם המותר היחיד יהיה בן ולא בת, אשר על כן, כאשר איתרע המזל למשפחה סינית ונולדת לה בת, מקובל להטביע את הרכה הנולדה בדלי המים הקרוב (או להפטר ממנה בשיטה אחרת) ולנסות את המזל בסיבוב הבא. מנהג זה נפוץ מספיק בכדי להשפיע על האוכלוסיה בכללה: דו"ח ה CIA על מדינות העולם (CIA world factbook) מגלה כי בסין נולדים 1.12 בנים על כל בת, בעוד ביתר העולם השיעור המקובל הוא 1.06 בנים לבת. זה לא שלסינים יש כרומוזומי Y יותר זריזים: יש להם דל"י מים יותר גדולים.

מאן דהוא הציע, אם כן, כי ממשלת סין תאפשר לכל זוג להביא ילדים לעולם בלי הגבלה עד הבן הראשון, ואז לעצור. שוב ניתן להציג את השאלה: מה יהיה גודל המשפחה הממוצעת בסין במקרה זה? אצל חצי מן המשפחות יולד בן בלידה הראשונה וחסל, כלומר לחצי מן המשפחות יהיה ילד אחד. אצל חצי מאלו שנולדה להם בת ראשונה (כלומר אצל רבע מהמשפחות) יולד בן שני, ואילו אצל חצי מן המשפחות שזכו בבן בכור תיוולד בת שניה. נקבל כי חצי (רבע+רבע) מן המשפחות יהיו בנות שני ילדים. בהמשך ברור כי לרבע מן המשפחות יהיו שלשה ילדים, לשמינית יהיו ארבעה ילדים וכן הלאה. גודל המשפחה הממוצעת יהיה סכום על כל האפשרויות השונות, כאשר בכל פעם מספר הילדים נכפל בסיכוי. אם נסמן את מספר הילדים ב  $n$ , הסיכוי למשפחה בת  $n$  ילדים יהיה  $1/2^{n-1}$ , לכן גודל המשפחה הממוצעת יהיה:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \frac{1}{2^{n-1}} = 2$$

משפתרנו את הבעיה הסינית, קל לראות את ההשלכה לשאלת הדמוגרפיה של העם היהודי. אם אנו דורשים בן ובת, הילד הראשון ימלא תמיד חצי מן הדרישה. לאחר מכן נשארת הבעיה של השגת ילד נוסף ממין ידוע (אם בן נולד ראשון, צריך כעת להוליד ילדים עד שתצא בת, ולהיפך) וזו היא בדיוק הבעיה הסינית. לכן ב"משפחת בית הלל" ממוצעת, בה מולידים עד ששיגים בן ובת, יהיו שלשה ילדים, ובשיטה כזו לא יכלה זרעו של אברהם אבינו, בניגוד לדברי התוספות<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> קל לראות כי משפחה ממוצעת של בית שמאי תהיה גדולה יותר ממשפחה ממוצעת לדעת בית הלל. הרי רק ברבע מן המשפחות שני הולדות הראשונים הם בנים! הקורא הנאמן מוזמן להוכיח כי "משפחת בית שמאי" הממוצעת תהיה בת ארבעה ילדים, וכי שיטת בית שמאי לא פוגעת באיזון בין בנים לבנות: בכל מקרה יהיה שיעורם באוכלוסיה חצי-חצי.



בסופו של חשבון, הדמוגרפיה של העם היהודי מראה כי רוב האנשים ברוב הדורות לא עמדו בדרישת פריה ורבייה של בית הלל. מחלות ורדיפות, פוגרומים ושמדות, התבוללות וטמיעה: כל אלו גרמו לכך שהעם היהודי נשאר במהלך הדורות בגודל כמעט קבוע. בדורנו קורים שני תהליכים מנוגדים. מצד אחד, הדברת המחלות המידבקות מביאה לשרידות יותר גדולה של ילדים, גם בתנאי עוני יחסי ובמשפחות גדולות, ומצד שני השכלה, תחכום טכנולוגי ו"מערכיזציה" קשורים כמעט באופן מוחלט לירידה במספר הילדים במשפחה. במדינות אירופיות רבות נרשם היום גידול טבעי שלילי, כלומר מספר מתים גבוה ממספר הנולדים, והתופעה בולטת אף יותר כאשר

מבדילים בין אוכלוסי הארץ הותיקים למהגרים מקרוב באו (בעיקר מוסלמים). האם יצליח העם היהודי, שרובו ככולו חי היום במדינות מערביות, לשנות את המאזן הדמוגרפי? ימים יגידו. קצת אופטימיות ניתן לשאוב מן התמונה שמשמאל, המראה את מספר הילדים הממוצע שמביאה אשה לעולם מול העושר של המדינה עבור מדינות רבות בעולם. מבין כל המדינות העשירות יחסית, ישראל היא היחידה בה קצב הילודה גדול מן הקצב ה"קריטי" של 2.33 ילדים לאשה (הקו המקווקו), שמתחתיו האוכלוסיה קטנה והולכת.<sup>4</sup>

אם כך אפשר להניח כי בטווח הארוך העם היהודי ישרוד איכשהו, בניגוד להמלצתו של רבי ישמעאל בן אלישע. אם כך, לא נותר אלא לעבור לשאלה הבוערת הבאה:

### מי רוצה להיות המשיח?

"ויצא חוטר מגזע ישי ונצר משרשיו יפרה ... ושפט בצדק דלים והוכיח במישור לענוי ארץ ... והיה צדק אזור מתניו והאמונה אזור חלציו. וגר זאב עם כבש ונמר עם גדי ירבץ ועגל וכפיר ומריא יחדיו ונער קטון נוהג בם. ופרה ודב תרעינה, יחדיו ירבצו ילדיהן, ואריה כבקר יאכל תבן. ושעשע יונק על חר פתן ועל מאורת צפעוני גמול ידו הדה ... והיה ביום ההוא שורש ישי אשר עומד לנס עמים והיתה מנוחתו כבוד" (ישעיהו י"א)

זוהי אולי המפורסמת מכל נבואות ישעיהו. רוב פרשני המקרא, יהודים ולא יהודים, הבינו כי היא מכוונת כלפי הגאולה העתידה, וכי האדם המתואר בה הוא הגואל העתידי, המלך המשיח. אם נכונים הדברים, עולה מן הפסוקים כי המשיח צריך להיות "חוטר מגזע ישי". ההבנה הפשוטה של מלים אלו, וכן של "שורש ישי" המוזכר בהמשך, היא כי המשיח אמור להיות מזרעו של ישי. מיהו אותו ישי? מן הסתם מדובר באביו של דוד המלך, ישי בית הלחמי.

ובכן, אלו דרישות התפקיד. רוצה להיות משיח? הראה כי הנך צאצא של ישי בית הלחמי. לצורך המשך הדיון הבה נניח הנחה יותר מגבילה. נניח שלא מספיק להיות "סתם" צאצא, אלא אחרון בשלשלת של בני זכרים: בן אחר בן אחר בן<sup>5</sup>. מה הסיכוי שלך להיות מועמד למשיח, לפי תנאים אלו?

<sup>4</sup> באנגולה, לשם השוואה, יש 6 ילדים לאשה אבל חמישית מכל התינוקות מתים סמוך ללידה ותוחלת החיים של הנשארים היא 37 שנה. עדיף אחרת.

<sup>5</sup> לא ברור עד כמה דבר זה מעוגן במקורות ההלכתיים. המנחת חינוך (מצוה ק"ז) הציע שמלך המשיח אין צריך משיחה מפני שהמלכות ירושה לו, אם כן לכאורה המלך המשיח צריך להיות יורש של דוד. יורש מסוג זה יכול

לפני שנבחן את ההיבטים המתמטיים של השאלה, נדגיש שני צדדים שלה.

ראשית, הבה נדון בשמות משפחה. בהרבה חברות מסורתיות שם המשפחה עובר בירושה מכל אב לבניו הזכרים, כך שאם ישי היה האדם היחיד בדורו שנשא את שם המשפחה "בית הלחמי" ואם פלוני הוא אכן צאצא שלו, הרי שתחת משטר מסורתי של ירושת שמות היה גם שם משפחתו "בית הלחמי". בישראל של היום חיים לא מעט אנשים שזהו שם משפחתם, אך איש מהם, למיטב ידיעתי, אינו טוען כי שם זה עבר אליו בירושה מאז זמן דוד המלך. עובדה זו משקפת תופעה נפוצה: גם בחברות מסורתיות אנשים משנים מדי פעם את שם משפחתם, לפעמים לשם אורגינלי שאינו קיים בחברה, ולפעמים הם רוצים שם שכבר קיים מפני שהוא מוצא חן בעיניהם או מפני שהם מאמינים שהוא יקנה להם איזה שהוא יתרון, כפי שהבחור היהודי רוברט צימרמן הפך להיות לזמר בוב דילן. לכן לאחר שנים רבות אין לשם המשפחה הרבה קשר עם האבות הקדמונים שלנו.

תורשה גנטית, לעומת זאת, אינה כפופה להחלטותינו או להעדפותינו. בכל גרעין של תא בגופנו נמצא מטען גנטי בצורה של כרומוזומים, שאת חציים ירשנו מן האב ואת חציים מן האם. זאת פרט לכרומוזום אחד: לזכרים שבינינו יש כרומוזום Y אותו ניתן לקבל רק מצד האב. לכן כרומוזום Y מתפקד בתור "שם משפחה" בלתי ניתן לשינוי. לכל צאצאיו הזכרים, בן אחר בן, של אדם מסוים, יהיה אותו צופן גנטי בכרומוזום Y.

אמירה זו אינה מדויקת במאה אחוז. אמנם אינך יכול לשנות את כרומוזום Y שלך לפי רצונך, אבל לפעמים תהליך ההעתקה שמתבצע בגופנו אינו מדויק לגמרי, והכרומוזום שירשת מאביך אינו בדיוק זהה לזה שלו. ניתן לחשוב על כל כרומוזום, או כל חתיכה אחרת של DNA, כעל רצף של "אותיות" שהן הקוד הגנטי, ולפעמים אות אחת או כמה אותיות עוברות שינוי, או במונחים מקצועיים *מוטציה*, תוך כדי ההעתקה. עדיין ניתן לחשוב על מוטציה אפיינית כעל מספר אותיות שנשתבשו בתוך ספר עב כרס, כך שהכרומוזום שלך וזה של אביך הם אולי לא זהים לגמרי אלא כמעט זהים. אפילו שינויים שמצטברים לאורך דורות רבים - בדוגמה שלנו מדובר על כ-3000 שנה, כלומר משהו כמו 120 דורות אם נחשוב 25 שנה לדור אחד - הם בדרך כלל קטנים מספיק כך שאם אתה צאצא, בן אחר בן, של ישי בית הלחמי, ניתן לחשוב על כרומוזום Y שלך ושלו כזהים או כמעט זהים. ובכן: מה הסיכוי שבגופך נמצא כרומוזום Y של המשיח?

## ולאן נעלמה האצולה הבריטית?

בראשון ליוני של שנת 1858 הוקראו מאמריהם של צ'רלס דארווין ושל אלפרד ראסל וואלס בכינוס של החברה הלינאית בלונדון. מאמרים אלו הכילו את הרעיונות הבסיסיים של התיאוריה הנקראת מאז אבולוציה דארווינית, ובפרט את התיזה הבסיסית לפיה התפתחות החיים עלי אדמות משקפת מאבק קיום מתמיד בו מנצחים הכשירים ביותר: החזקים, המהירים, הערמוניים. מכיוון שהצאצאים נוטים להיות דומים להוריהם, הרי שאריה שנולד במקרה עם שיניים יותר חזקות, או עם רגליים יותר מהירות, לא זו בלבד שיצליח לצוד יותר זברות (וישאר אריות אחרים מורעבים ועם סיכוי פחות

---

להיות או בדרך של בן אחר בן, אבל יש גם אפשרות של ירושת הבת בהיעדר בנים, ולפי זה ניתן לחשוב על מצב בו אדם מבית דוד מת ללא בנים שאז בתו יורשת את ממונו, ולאחר מכן בנה של בתו הוא יורש של סבו. בשאלה זו דן המנחת חינוך במצוה תצ"ז, ואולי כך משמע מדברי הרמב"ם שכל הקודם בנחלה קודם במלוכה, שלפי זה אם מלך מת בלא בנים יירש אותו בן בתו לפני אחרים.

מענין לציין כי שאלה מעין זו היתה הסיבה לפרוץ מלחמת מאה השנים בין אנגליה לצרפת. מלך צרפת, שארל הרביעי, מת ללא בנים, ועל פי החוק הסל"י היו בנותיו מנועות מלרשת את הכתר מכיוון שנשים פסולות למלוכה, לכן העבירו חכמי המשפט של צרפת את המשרה לפיליפ, רוזן ולואה. בנקודה זו התערר אדוארד השלישי מלך אנגליה, אשר היה בנה של איזבלה, אחותו של שארל. הוא טען כי אמנם אמו איזבלה פסולה כמלכה, אבל היא יכולה להעביר אליו את זכות המלוכה, ועל כן הוא אמור לרשת את הכתר הצרפתי. ביולי 1346 פלש אדוארד בראש צבאו לצרפת, ובזה פתח במלחמה (או ליתר דיוק סדרת קרבות) שנסתיימה רק ב-1453.

להעמיד ולדות), הוא גם יוריש בסיכוי טוב לצאצאיו את תכונותיו העדיפות. תכונות המשפרות את השרידות, מגדילות את מספר הצאצאים ועוברות בתורשה הן אלו שישרדו, והאוכלוסיות המחזיקות בהן יתחרו בהצלחה באוכלוסיות חלשות יותר וישמידו אותן.

רעיונותיו של דארווין גרמו לזעזוע אינטלקטואלי אדיר. כמו בכל מקרה בו מופיע רעיון מבריק חדש על בימת ההיסטוריה, אנשים מנסים ליישם אותו במגוון מקרים בתוך ומחוץ להקשר המקורי שלהם. אחד הכיוונים הללו פותח בעיקר על ידי בן דודו של דארווין, פרנסיס גאלטון, מדען דגול ורב צדדי שעסק בתחומים רבים, מסטטיסטיקה ועד צילום. הרעיון אותו קידם הוא רעיון ההשבחה של הגזע האנושי, האאוגניקה. עיקרה של תורה זו הוא הכוונה עצמית של האבולוציה האנושית. הכוונה בפרט היתה לזהות אנשים שיש להם תכונות גרועות, כמו טפשות או נטיה לפשע, ולהקטין את מספר הצאצאים שלהם על ידי מניעת נישואין או עיקור. מן הצד השני היה רצון, לפחות עקרונית, לעודד את "הטובים", המוכשרים או החזקים, להביא יותר ילדים לעולם. היישום השערוריתי של תפיסות אאוגניות בלתי מבוססות על ידי הנאצים בשנות מלה"ע השניה גרם לדיסציפלינה הזו לצאת מן האפנה, אבל עד שנות השלשים של המאה העשרים הקדישו אנשים רציניים מאד את מרצם ומחקריהם לנושא.

אלא שגאלטון החל להיות מודאג. מחקרים הראו כי שמות המשפחה של עלית החברה הבריטית: שופטים, בעלי תואר אצולה ודומיהם, הולכים ומתמעטים. לא מעט שמות משפחה מפוארים שליוו את החברה האנגלית במשך מאות שנים נעלמו לפני מחצית המאה ה-19. מה פשרה של תופעה זו? האם לאצילים יש, משום מה, כושר נמוך יותר להבאת ילדים לעולם? רבים אכן סברו כך. ג'והן סטיוארט מיל, מגדולי ההוגים של המאה, סבר כי האצילים פשוט לא מעוניינים בהרבה ילדים כדי שלא יצטרכו לשבור את הראש כיצד לחלק ביניהם את הנחלה (לעניים, כמובן, אין בעיות כאלו). רופא בשם תומס ג'רולד הציע כי המתח והעצבנות שמאפיינים את חיי המעמדות הגבוהים (הם מפחדים לאבד את הסטטוס שלהם) פוגמים ביכולת הרבייה. תעשיין בשם דבלדיי טען כי העשירים אוכלים הרבה יותר מדי בשר, מה שמזיק איכשהו לילודה שלהם<sup>6</sup>. אבל לפרנסיס גאלטון היתה חשובה התוצאה הסופית: אם אכן למעמדות החזקים בחברה יש פחות ילדים ואילו לעניים ולדפוקים יש יותר "יוצא כי האוכלוסיה שלנו מתחזקת, למעשה, בידי המעמדות הנמוכים וכי אלמנט בלתי נמנע של התנוונות קשור עם אלו אשר נוטים להשביח את הגזע"<sup>7</sup>. אכן, תרחיש בלהות.

אבל אולי יש תקווה. גלטון וידידו, הכומר וואטסון, שאלו את עצמם האם יכול להיות שהיעלמותם של ה"שמות הגדולים" אינה נובעת מכושר הרבייה הירוד של האצילים אלא ממקורות פשוטה. הרעיון הבסיסי הוא כזה: בחברה בה אנשים לא משנים את שם משפחתם, או לפחות לא משנים את שמם לשם שהתקיים אי פעם בעבר, שם משפחה שנעלם לעולם לא יופיע שנית.

נשווה בדמיוננו מצב בו יש שלשה זכרים באוכלוסיה עם שם משפחה זהה. מה יקרה בדור הבא? מספר האנשים שישאו את שם המשפחה שווה למספר הצאצאים של אותם שלשה אנשים. ומה קורה אם, במקרה, שנים מנושאי השם לא התחתנו ואילו השלישי או אשתו הם עקרים? במקרה זה אבד הכלח על שם המשפחה לעולמי עד. באופן יותר כללי, הסטטיסטיקה אומרת לנו כי מספר בניו הזכרים של אדם באוכלוסיה נע בדרך כלל בין אפס לארבעה, וכי המספר מתפלג באופן די אקראי. זה מבטיח שגודל המשפחה ישתנה בצורה אקראית במהלך הדורות, ואם כך ישנה סבירות מסוימת שהגודל יגיע לאפס והמשפחה תיעלם.

כדי לכמת את הבעיה דנו גאלטון וואטסון בבעיה הבאה: נניח שיש אומה שיש בה  $N_0$  זכרים בעלי שמות משפחה שונים. בכל דור ודור כל אחד מהם מעמיד מספר אקראי של צאצאים זכרים לדור הבא. כדי לשמור על אוכלוסיה בגודל קבוע, נדרוש כי מספר הצאצאים הממוצע הוא אחד. בהנחה כי כל זכר יורש את שם אביו ולא משנה אותו, מה הסיכוי של שם משפחה מסוים לשרוד לאורך זמן?

<sup>6</sup> Robin Dunbar, the new scientist, 23.5.1985, p. 44

<sup>7</sup> Watson and Galton essay, <http://galton.org/essays/1870-1879/galton-1874-jaigi-family-extinction.pdf>

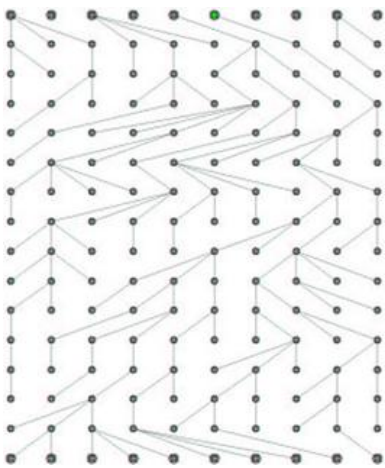


חישוביהם של גלטון וואטסון הראו תוצאה חשובה: הסיכוי של שם משפחה מסוים לשרוד הוא קרוב מאד לאפס. לאחר זמן ארוך מספיק יהיה לכל תושבי אומה שם משפחה אחד ויחיד וכל יתר שמות המשפחה ייכחדו. במלים אחרות: מתוך כל סט שמות המשפחה שקיים היום ישרוד רק אחד לאורך זמן.

תוצאת גאלטון-וואטסון תקפה גם עבור כרומוזום Y. כשם שהתיאוריה מבטיחה הכחדה לכל שמות המשפחה למעט אחד, היא גם מבטיחה כי באוכלוסייה בגודל קבוע ישרוד לאורך זמן רק כרומוזום Y של אדם אחד וכל היתר יכחדו. הזמן שעובר עד השתלטותו של שם משפחה אחד הוא שווה בערך לגודל האוכלוסייה (כלומר באוכלוסייה של 100 אנשים יידרשו 100 דורות), אבל לאחר S דורות יישארו באופן טיפוסית רק 1/S משמות המשפחה המקוריים, שיהיו מיוצגים באוכלוסייה בשכיחות הרבה יותר גדולה (אותה אוכלוסייה מתחלקת בין פחות שמות משפחה). זה אומר שאם מזמן דוד המלך עד היום עברו 150 דורות, שושלתו שרדה רק בסיכוי של 1/150, ואם היא שרדה היא אמורה להיות מיוצגת כיום על ידי כ-150 אנשים: אלו המועמדים למשרת משיח.

תוצאת גאלטון-וואטסון תקפה גם עבור כרומוזום Y. כשם שהתיאוריה מבטיחה הכחדה לכל שמות המשפחה למעט אחד, היא גם מבטיחה כי באוכלוסייה בגודל קבוע ישרוד לאורך זמן רק כרומוזום Y של אדם אחד וכל היתר יכחדו. הזמן שעובר עד השתלטותו של שם משפחה אחד הוא שווה בערך לגודל האוכלוסייה (כלומר באוכלוסייה של 100 אנשים יידרשו 100 דורות), אבל לאחר S דורות יישארו באופן טיפוסית רק 1/S משמות המשפחה המקוריים, שיהיו מיוצגים באוכלוסייה בשכיחות הרבה יותר גדולה (אותה אוכלוסייה מתחלקת בין פחות שמות משפחה). זה אומר שאם מזמן דוד המלך עד היום עברו 150 דורות, שושלתו שרדה רק בסיכוי של 1/150, ואם היא שרדה היא אמורה להיות מיוצגת כיום על ידי כ-150 אנשים<sup>8</sup>: אלו המועמדים למשרת משיח.

אפשר להבין את תוצאת גאלטון-וואטסון גם דרך שיקול איכותי לא מסובך. לכל אחד מאיתנו יש אב אחד, אב-אב אחד וכן הלאה, כלומר בכל דור שלשלת האבות שלנו מכילה אדם אחד בלבד. הסיכוי שלי להיות צאצא, בן אחר בן, של ישי מבית לחם הוא הסיכוי שהאב הקדמון שלי באותו דור, אותו אדם בודד מתוך כל האנושות או לפחות מתוך כל העם היהודי, הוא ישי. חשבו על אנשים כנקודות עם קו מחבר אב לצאצאיו הזכרים כמו בציור משמאל. שלשלת האבות של בן היא קו היוצא ממנו והולך כלפי מעלה, הסיכוי לפגוע בעזרת הקו הזה בדיוק בנקודה מסוימת הוא אחד חלקי גודל האוכלוסייה, ואם מדובר בסדר גודל של עם – הסיכוי קטן.



בציור משמאל מוצגת אוכלוסייה בגודל קבוע של עשאה אנשים, כל אדם הוא נקודה וכל דור – שורה. אב מחובר לבנו באמצעות קו. לכל בן יש אב (מישהו חייב להוליד אותו) אבל לא לכל אב יש בן. שלשלת האבות של בן היא קו היוצא ממנו והולך כלפי מעלה, הסיכוי לפגוע בעזרת הקו הזה

<sup>8</sup> למען הדיוק: על בסיס תורת גאלטון-וואטסון ניתן להראות כי הסיכוי של אדם בודד להיות אב ל-S צאצאים לאחר T דורות יורד אקספוננציאלית [כמו  $\exp(-S/T)$ ] עבור  $S > T$ .

תופעה מעוררת תמיהה, על כן, היא המספר הגדול יחסית של כהנים בעם היהודי. ההשתייכות למעמד הכהנים עוברת מאב לבן, ומחקרים גנטיים שנעשו לאחרונה הראו כי אכן יש דמיון בכרומוזום Y של כהנים ממקומות שונים בעולם, עד כדי זיהוי של מקטע בכרומוזום המאפיין את אביהם המשותף של כל הכהנים, שעל פי התנ"ך הוא אהרן הכהן, אחיו של משה רבנו (ראה ויקיפדיה, Y-chromosomal Aaron). כהנים מהווים בערך 5% מן היהודים החיים היום, ואם נשערך את מספרם בשנת 1800, כלומר לפני תחילת הגידול המהיר של אוכלוסיית האדם, ניתן להניח שהיו אז לא פחות מ-50000 כהנים. הסיכוי למספר כזה של צאצאים עבור אדם בודד שחי לפני יותר מ-150-200 דורות (בהנחה של 20 שנה לדור) הוא אפסי אם האוכלוסייה קבועה, ואפילו עבור אוכלוסייה שגדלה בקצב איטי מאד כפי שהיה עד 1800.

בדיוק בנקודה מסוימת הוא במקרה שלנו עשירית. אם מדובר על גודל אוכלוסיה של מליון, הסיכוי הוא מליונית ולכן בעם שלם הסיכוי הוא זניח<sup>9</sup>.

ובכן, האם הקיץ הקץ על שולשלתו של ישי אבי דוד? התשובה היא שאם אכן אנו מחפשים שולשלת של בן אחר בן יש סיכוי קטן למצוא ממשיך של השולשלת היום, אבל מה יהיה אם נחפש יורשים בצורה אחרת?



### צל מטען גנטי ושמות משפחה ספרדיים

האיש שבתמונה משמאל משמש כיום כמלך ספרד, והוא הוטבל בתור חואן קרלוס אלפונסו מריה דה בורבון אי בורבון דוס סיציליאס. הסיימת של שמו מזכירה לנו כי הוא השריד האחרון לבית בורבון, אותו בית מלוכה אירופי מפואר שפעם שלט בחצי היבשת ואשר את דרכו הפוליטית תאר ויקטור הוגו באמרתו הידועה "הבורבונים לא למדו דבר ולא שכחו דבר", אפילו את הימים היפים בהם שלטו בסיציליה. אי אפשר לתאר בצורה כזו את חואן קרלוס, אדם אשר קיבל לידי את ספרד כשליט סמכותי והנהיג בה דמוקרטיה, אבל בכל זאת נראה כי ככל האמור בשמות הבורבונים אכן לא שוכחים והשמות אף מצטברים מדור לדור. כיצד הגיע חואן קרלוס לשם מרשים זה?

בעמים דוברי הספרדית הורשת שם המשפחה שונה מזה המקובל בארצות אירופיות אחרות. כל גבר (ואשה) מחזיקים בשני שמות משפחה, אחד הוא שם המשפחה של האב ואחד הוא שם האם. אם חואן לופז מרקוס נושא לאשה את תרזה גרסיה רמירז, בנם יקרא מריו לופז גרסיה. בשלשת המקרים רק השם הראשון הוא שם פרטי, ואילו שני השמות האחרונים הם שם המשפחה, תחילה שם המשפחה הראשון של האב ולאחר מכן שם המשפחה הראשון של האם. הנוהג המקובל בספרד היה לשים את שם המשפחה שבא בירושה מהאב (לופז, בדוגמה שנתננו) במקום הראשון, אך בנובמבר 1999 חתם חואן קרלוס על חוק חדש לפיו יוכלו ההורים לקבוע כרצונם את סדר השמות על מנת לשמור על שוויון זכויות ולמנוע אפליה בין גברים לנשים.

הדינמיקה של שמות משפחה לטיניים, אם כן, דומה מאד לזו של גנים הנמצאים ב DNA שבגרעין התא: לכל אחד מאתנו שני עותקים של כל גן, והוא מוריש אחד מהם (שנבחר באופן אקראי) לצאצאיו, כך שלכל צאצא יש גן אחד שקיבל מאביו וגן אחד שקיבל מאמו<sup>10</sup>. בצורה הזו, אם לכל זוג יש בממוצע בן אחד ובת אחת השמות "מתפזרים" באוכלוסיה. לבן אדם יש כמה עשרות אלפי גנים, וכל גן כזה משמש כשם משפחה לטיני – הוא יוצא מאתנו למסע נדודים דרך צאצאיו, כל צאצאיו, זכרים ונקבות.

<sup>9</sup> בעיה דומה מופיעה אצל המוסלמים השיעים. אלו מאמינים באופן כללי כי מנהיגות הדור אמורה להיות בידי "אימאם" שהוא צאצא, בן אחר בן כמובן, של הח'ליף הרביעי עלי אבן טאלב (המלה "שיעה" פירושה "סיעה" והכוונה היא ל"סיעת עלי" באיסלם). השיעים ה"סטנדרטיים" – כמו אלו שבאיראן – מאמינים כי שולשלת עלי הסתיימה בשנת 873, שאז האימאם השנים עשר, מוחמד בנו של חסן אל עסגרי, נעלם מעיני הבריות והפך ל"מהדי" (מעין משיח) ומאז הוא חי בהעלם עד שיתגלה שוב כגואל עתידי. פלגים אחרים של שיעים מקבלים את הדוקטרינה הזו בעקרון אבל חלוקים על זהותו של אותו "אימאם נעלם". רק תת זרם אחד של השיעים, הנאזריה, טוען כי מנהיגו כיום (כרגע מדובר באגא חאן הרביעי) הוא נצר, בן אחר בן, של הח'ליף עלי.  
<sup>10</sup> ישנם גם הבדלים קטנים, ובפרט זה שבספרד מורשים דוקא את שם המשפחה הראשון בעוד שהאדם מוריש לבנו או לבתו גן שנבחר אקראית מתוך שניים, אבל מכיוון שהחוק כיום מרשה להפוך את סדר השמות הרי שהמשך תורשת השם נקבעת על ידי ההורים לפי רצונם ולכן גם כאן נכנס מימד של אקראיות.

לכן בעוד כרומוזום Y של זכר יכול להגיע רק ליורשיו בדרך של בן אחר בן, גן מסוים שאינו על כרומוזום זה – כמו הגנים הקובעים את צבע העיניים, את סוג הדם, ולמעשה כל תכונה פיסית של האדם – יכול לעבור מבן לנכדה ומבת לנכד וכן הלאה על פני כל השושלות האפשריות. בעוד שגופך, אם אתה זכר, מכיל כרומוזום Y הזהה לזה של אדם אחד בודד, אבי אבי אביך הקדמון לפני אלף או חמשת אלפים שנה, הרי ששאר ה-DNA שלך יכול להכיל גן אחד שמקורו ביוליוס קיסר וגן שני שמקורו באסתר המלכה. המטען הגנטי הכולל שיש לאדם מתפזר בין כל יוצאי חלציו הרחוקים ומתערבב עם זה של אנשים אחרים שחיים אתו באותו דור.

אכן, אם העניין שלנו הוא במכלול תכונותינו האנושיות הרי שאיננו צריכים להתמקד דוקא בכרומוזום Y או בכלל בגן ספציפי. אנו מרגישים קרובי משפחה של בני דודינו מצד האם באותה מידה שאנו חשים זאת כלפי בני דודינו מצד האב. לאור זה, וכדי להעריך עד כמה כולנו אחים, כדאי להפוך את כיוון השאלה. מה יקרה אם נחפש את כל האבות והאמהות הקדמונים שלנו בעבר, או את המקור של כל המטען הגנטי של אדם בודד החי כיום?

נציג שוב שיקול איכותי. כל אחד מאתנו קיבל את המטען הגנטי שלו משני הורים, אב ואם, בדור הקודם. כל אחד מהם ירש DNA מזוג של סבא וסבתא, כך שהמטען הגנטי שלנו מקורו בארבעה אנשים שחיו לפני שני דורות, בשמונה שחיו לפני שלשה דורות וכן הלאה. בהתאמה, אם אנו חושבים על  $n$  דורות לאחור, מספר האנשים שתרמו למטען הגנטי של כל אדם בדור זה הוא  $2^n$ : כאלף לפני עשרה דורות, כמיליון לפני עשרים דורות, מיליארד לפני שלשים דורות. אבל לפני שלשים דורות לא היו יותר ממיליארד אנשים בכל כדור הארץ! האם זה אומר שכל אחד מהם מיוצג בגנום שלנו?

למען האמת, מספר האבות הקדמונים שלנו יכול להיות יותר קטן מתוצאת החשבון שהצגנו. נניח ששני בני דודים מתחתנים. לכל אחד מה שני הורים, אבל שניים מהם הם אחים, כך שבדור הסבים יש להם רק שלשה סבים ושלוש סבתיות. קל לראות שבחברה סגורה הצלבות מן הסוג הזה יקטינו את מספר האבות הקדמונים.

את השאלה המתמטית המקבילה לבעיה זו פתרו, לפני כמה שנים, שתי קבוצות מדענים<sup>11</sup>. הם חישובו והראו כי:

אם ניקח אוכלוסיה קבועה של  $N_0$  אנשים, כאשר בכל דור כל יש לכל זוג שני ילדים במוצע, וקשרי הנישואין אינם תלויים במרחק או במצב חברתי [כלומר, הסיכוי של כל זכר לשאת כל נקבה באוכלוסיה הוא זהה, ואין הפרדה בין עמים או בין ערים שבהם מתחתנים רק אחד עם השני]. נניח כרגע כי אדם מסוים חי בדור שלצורך הנוחות נקרא לו דור מספר 1. מתברר כי לאחר  $S$  דורות [ $S$  הוא מספר שמיד נגדיר] יתקיים אחד מן השניים: או שלאדם הזה אין כלל צאצאים באוכלוסיה (כמו במקרה של אדם שלא הוליד ילדים, או שכל צאצאיו לא הולידו) או שכל האוכלוסיה הם צאצאים שלו, כלומר כל  $N_0$  האנשים מכילים בגופם פיסת גנום שמקורה ממנו<sup>12</sup>.

ומהו "זמן הערבוב המוחלט" הזה,  $S$ ? זהו מספר התלוי בגודל האוכלוסיה דרך הנוסחה:

$$S = 1.77 \log_2(N_0)$$

<sup>11</sup> Genealogy in the Era of Genomics, Susanna C. Manrubia, Bernard Derrida and Damián H. Zanette American Scientist, Volume 91 p. 158 (2003).

Chang, Joseph T. 1999. Recent common ancestors of all present-day individuals. Advances in Applied Probability 31:1002–1026

<sup>12</sup> המושג "פיסת גנום" עלול להיות מטעה אך הבהרתו עלולה להסיח את הדיון, לכן אנו מעדיפים להציג בהערת שוליים. למען האמת לגבי כל גן בתוך הגנום מתקיים תהליך גאלטון-וואטסון עם אוכלוסיה שגודלה פי 2 ממספר האנשים, כי כל אדם מכיל שני עותקים מכל גן. זה מוליקר, לגבי כל גן ספציפי, להתקבעות של וריאנט יחיד באוכלוסיה אם אין מוטציות.

לדוגמה: אוכלוסיה של אלף אנשים תגיע לערבוב מוחלט לאחר 18 דורות: כל אדם שחי לפני 18 דורות והגנום שלו שרד יהיה מיוצג בגנום של כל חבר בקהילה. אוכלוסיה של מליון אנשים מתערבבת לאחר 35 דורות, ואוכלוסיה של מיליארד: לאחר 53 דורות. אם ניקח את אוכלוסיתו האנושית של כדור הארץ כאוכלוסיה קבועה של מיליארד איש (זה קירוב מסוים למצב עד לפני 200 שנה), ונניח דור של 25 שנה (מידת דור אמורה להיות שווה לגיל הממוצע בו אשה יולדת), נקבל כ-1300 שנה: המרחק בין מוחמד לצ'רצ'יל, נאמר. אם נחשוב על העם היהודי כעל יחידה חברתית סגורה של מליון איש (שוב, לא מדויק אבל קירוב שנראה סביר) נקבל זמן ערבוב של 875 שנים.

כפי שקורה תמיד, כאשר מדובר בהוכחה מתימטית ישנן הנחות מפשטות שאינן מתקיימות במציאות, לפחות לא באופן מושלם. במשפט שהזכרנו לעיל בולטת ההנחה לפיה הסיכוי של כל זכר להעמיד צאצאים עם כל נקבה באוכלוסיה זהה. ברור שמעט מאד צאצאים נולדים לאב מניו יורק ולאם מקמצ'טקה או לניגרי ואסקימואית מאלסקה. עם זאת, ניתוח מקורב שנעשה לבעיה הכללית מראה כי תהליך הערבוב הוא כה מהיר שגם מחסומים גיאוגרפיים וחברתיים גבוהים, כאלו שיש מהם רק מעט מאד יוצאי דופן, לא עוצרים אותו<sup>13</sup>.

המסקנה, אם כן, היא שכאשר מסתכלים לא על הקו המתאר את שלשלת האבות של אדם, אלא על העץ המתאר את קבוצת כל אבותיו הקדמונים, מקבלים על ש"נפתח" מהר מאד, וניתן לומר כי כל אדם שחי לפני מספר לא גדול של דורות, אם הוא מיוצג באוכלוסיה כיום הרי שכולנו חלק מצאצאיו.

ננסה לסכם את מה שראינו עד כה. לאמירה "אדם פלוני מתייחס לאדם אלמוני" ייתכנו שתי משמעויות. המשמעות ה"קשה" מתקבלת כאשר בין שני האנשים מחברת שולשלת המורכבת רק מבני אותו מין: בן אחר בן או בת אחר בת. במקרה כזה אם מדובר על זכרים יהיה לאב הקדמון ולצאצא את אותו כרומוזום Y, ואילו היתה זו חברה מסורתית בלי שינויי שמות היה לשניהם אותו שם משפחה. לא הזכרנו זאת עד כה, אך ישנה גם פיסת גנום העוברת מאם לבת ואינה תלויה באב: זהו ה-DNA המיטוכונדריאלי (mtDNA). DNA זה נמצא גם אצל בניס, אבל אינו עובר מהם לצאצאיהם. ייחוס במובן ה"קשה" הוא הטענה לפיה יש לאדם (לאשה) את אותו כרומוזום Y (mtDNA) שהיה לאדם ספציפי בעבר.

במובן ה"רך", ייחוס לאדם מסוים הוא הטענה שישנו מסלול תורשה כלשהו, העובר דרך זכרים וגם דרך נקבות, ומוביל מהאדם החי היום אל זה שחי בעבר. גנטית, אם אדם קשור אל אב או אם קדמוניים במובן ה"רך" הרי שהגנום שלו מכיל חלק (על פי רוב זעיר) מזה שלהם, אבל (כל זמן שהוא קשור אליהם רק במובן ה"ך ולא במובן הקשה) – כרומוזום Y שלו, כמו גם פיסת ה-mtDNA, אינם זהים לאלו של האב או האם הקדמונים.

את התוצאה הכוללת הנובעת ממחקריהם של גלטון-וואטסון ושל דרידה-צ'אנג ניתן להציג באופן הבא: באוכלוסיה קבועה קשה מאד להיות מיוחס למישהו במובן החזק: לרוב מוחלט של הזכרים שחיו בעבר הרחוק אין צאצא "חזק" (בן אחר בן) כיום, והסיכוי לכך יורד לאפס ככל שחוזרים אחורה לעבר<sup>14</sup>. לעומת זאת קל מאד להיות מיוחס למישהו במובן החזק: כמעט כל האנשים שחיו מזמן

<sup>13</sup> Modelling the recent common ancestry of all living humans  
Douglas L. T. Rohde, Steve Olson & Joseph T. Chang  
Nature 431, 562-566 (30 September 2004).

<sup>14</sup> מכאן יש מקום להתפלג על תפיסת העולם שמציג רבי יהודה הלוי בספרו "הכוזרי" (א' צ"ה). בספר זה הוא טוען כי "האור" או "העניין" האל-הי עובר מאב לבן, וכך הוא הגיע מאדם לנח ומנח לאברהם, כאשר כל פעם רק בן מסוים נבחר כנושאו של אותו אור. ריה"ל אף מקשה על עצמו כיצד ניתן להבין שהאור מורש מאב לבן אם מצינו לפעמים אב רשע ובן צדיק, כמו תרח ואברהם, ומתוך שלפעמים יש דילוג של דור, כפי שגם ברמת הדמיון הפיסי הבן דומה לפעמים לסב יותר מאשר לאב.

אנו רואים כאן תפיסה של תורשה רוחנית הדומה מאד לתורשה גנטית ועוברת מאב לבן. אם זהו המצב, כיצד ניתן להבין את ההלכה האומרת שבנה של אם יהודיה הוא יהודי, אבל בנם של יהודי ונכריה הוא גוי? הרי מי

ושהורישו את מטענם הגנטי הלאה מיוצגים בגנום של כל אחד ואחד מאתנו, מפני שיש שרשרת כלשהי של אבות ואמהות המחברת אותנו אליהם.

אפשרות שונה להסתכל על אותה תוצאה היא להבדיל בין תכונות המורשות למין זהה (אב לבן או אם לבת) לבין תכונות המורשות לכל צאצא. תכונה המורשת למין זהה סופה להיעלם מן האוכלוסיה, גם אם בדור הראשון היא עברה לכמה אנשים. תכונה המורשת לצאצאים משני הצדדים סופה "להדביק" את כל האוכלוסיה.

### מה עושים מלכי יהודה בקתדרלת נוטרדם?

כמעט כל אדם המגיע לפריס עובר, לפחות, ליד הקתדרלה של נוטרדם שעל "איל דה לה סיטה" במרכז העיר. קתדרלה גותית זו נבנתה במשך כמה מאות שנים, ותולדותיה משקפות במידה רבה את תולדות צרפת. בזמן המהפכה הצרפתית, כאשר קנאי היעקובינים ובראשם רובספייר נאבקו בכל דוגמה דתית, הוכרזה הקתדרלה כמקום הפולחן של "דת התבונה" אותו ניסו להנהיג אז. באותה תקופה נערפו, לא רק מלך צרפת לואי ה-16, אשתו ואלפי אנשים אחרים, אלא גם ראשיהם של רוב פסלי המלכים המוצבים מעל הכניסה הראשית לקתדרלה. ההמון הזועם ראה במלכי צרפת לדורותיהם אויבי ועושקי העם, והתזת ראשי הפסלים סימלה את נפילת המשטר הישן. הפסלים שתוכלו לראות היום הם בעלי ראש משוחזר; הראשים המקוריים נמצאים במוזיאון קלוני שברובע הלטיני.

אבל ההמון הפריסאי טעה בכתובת. הם חשבו שהם עורפים את פסליהם של הבורבונים, אבל עשרים ושמונה הפסלים שבחזית הקתדרלה הם של מלכי יהודה: דוד ושלמה, רחבעם ואסא, יהושפט יורם ועוזיה. מדוע ניצבים מלכי יהודה בקתדרלה באמצע פריס, ומדוע פניהם של אותם מלכים, מצוירים בידי מיכאלאנג'לו, ניבטות אל המבקרים בקפלה הסיסטינית שברומא? הסיבה היא אחת: לא המשרה בה שימשו הביאה להם את הכבוד הזה, אלא היותם חלק מאילן היוחסין של ישו הנוצרי.

כפי שראינו, ההנחה כי המשיח אמור להיות מצאצאי ישי בית הלחמי או אפילו מצאצאי בנו, דוד המלך, הפכה להיות הנחה מקובלת ביותר על סמך נבואות ישעיהו. להנחה זו מסכימים במרץ גם הנוצרים, כפי שציין כבר האברבנאל בפירושו "מפרשי הנוצרים פירשו הנבואה הזאת (= ויצא חוטר וגו') על ישו שהיה מגזע ישי והיה בו כל הרוחות הטובות האלה ולא היה שופט למשמע אזניו כי אם בצדק אלהי, והעתיקו (=תרגמו) 'והיה מנוחתו כבוד' והיה קבורתו כבוד, ושגר זאב עם כבש הוא משל לחלוף האומות שנכנסו לדתו בהסכמה אחת, ושעליה (= על הנצרות) נאמר כי מלאה הארץ דעה"

אין כל פלא, אם כן, כי הפסוקים המופיעים ישר בפתיחת הברית החדשה מציגים את הקו הגניאולוגי, בן אחר בן, המחבר את ישי ודוד ליוסף וישו. למען האמת בברית החדשה מופיעות שתי רשימות גניאולוגיות כאלו, האחת בתחילת מתיו והשניה בבשורה של לוקאס. שתי הרשימות אינן מסכימות זו עם זו: מלכי יהודה מופיעים רק בגניאולוגיה של מתיו, בעוד אצל לוקאס הדרך לדוד המלך עוברת באנשים שלא הגיעו למלוכה כמו בנו של דוד נתן הנזכר בספר שמואל ב' (ה' 13). הנסיונות לעשות הרמוניזציה בין הרשימות השונות ולהסביר קשיים שונים (כמו העובדה שקטעים בהן מכילים מעט מדי אנשים עבור תקופות היסטוריות ארוכות) ושימשו כר נכבד לפרשנות במשך הדורות<sup>15</sup>.

אחד הקשיים הבולטים נוצר בגלל דוקטרינת ההתעברות מרוח הקודש. לפי אמונת הנוצרים, כפי שמתאר זאת האברבנאל, "ישו לא היה מגזע ישי, כי הוא לא היה בן יוסף בעל מרים אמו, לפי

---

שלוקח אתו את האור האל-הי הוא דווקא הצאצא הזכר: אם באמת נקבל את הנחות היסוד של ריה"ל סביר מאד להניח כי במהלך הדורות רובו ככולו של האור האל-הי "דלף" מעם ישראל לאומות העולם, ואילו אנו נשארנו עם התכונה הפוכה שהגיעה מכל המקרים בהם יהודיות ילדו בנים לנכרים.

<sup>15</sup> לסכום ראה האינציקלופדיה הקתולית, Genealogy of Christ

<http://www.newadvent.org/cathen/06410a.htm>

שהשתעפות המשפחה אשר אתם מישי מאיש אל איש אינה נוגעת אל מרים, כי אם אל יוסף בעלה, כמו שתיאר מתיאו השליח באבין גיליו שלו. ואם הוא (כלומר יוסף) לא היה אבי ישו אם כן לא היה ישו מגזע ישו!"

תירוץ מקובל לשאלה זו אומר כי גם מריה היתה מיוחסת לבית דוד. הרלוונטיות של הגנאולוגיה של יוסף מוסברת על ידי הפסוק בסוף ספר במדבר "וכל בת ירשת נחלה ממטות בני ישראל לאחד ממשפחת מטה אביה תהיה לאשה למען יירשו בני ישראל איש נחלת אבתיו". לפי פסוק זה, כפי שהבינו אותו פרשני הנוצרים, יש חובה להנשא בתוך מסגרת השבט על מנת לשמור על נחלת האבות בתוך המשפחה. לפי זה סביר להניח כי יוסף נשא אשה שגם היא מזרע בית דוד, ועל כן גם ישו הוא מזרע ישי בית הלחמי. הסבר זה לא היה מקובל כמובן על האברבנאל "והטענה הזו אין לה על מה שתסמך, לפי שמה שציווה משה לא היה כי אם בבית ירשת נחלה כבנות צלופחד, כדי שלא תסוב נחלה משבט אל שבט ... ומי הגיד להם שהיתה למרים נחלה לשטיפול בה הדין ההוא<sup>16</sup>?" והא מאריך בשאלות נוספות.

אלא שלאור מה שראינו מתברר שגם ללא כל הקושיות של האברבנאל ואחרים, עדיין מבחינה מתמטית התירוץ הזה בעייתי. כפי שבארנו, ייחוס בן אחר בן הוא תכונה "קשה" וסביר להניח שיש בכל דור מעט מאד אנשים, אם בכלל, המתייחסים באופן כזה למישהו שחי בעבר. לעומת זאת אם מרשים שהגנאולוגיה תעבור גם דרך האם התכונה הופכת ל"רכה" וסביר להניח שכל אדם באוכלוסיה מקיים אותה. בפרט, אם אכן היתה מריה צאצאית של דוד המלך בשרשרת המכילה, לפי הרשימה של לוקאס, 42 דורות, הרי שסביר מאד להניח שכמעט כל יהודי באותו דור (ואולי גם אנשים מעמים אחרים, שהרי בימי בית שני היו הרבה קשרי נישואין בין יהודים לעמים שוכני האזור) הוא צאצא לבית דוד על פי הקריטריון הזה, ואם כן כל רשימת הייחוס המדוקדקת מאבדת את ערכה<sup>17</sup>.

דבר דומה אפשר לומר גם כלפי אותן שיטות הלכתיות שעל פיהן יכול המלך המשיח להיות מיוחס לדוד המלך גם דרך בנות, כפי ששמע מן הגמרא בסנהדרין (צח: ) המונה את רבי יהודה הנשיא כמי שראוי להיות משיח, ובתוספות (סנהדרין ה. ד"ה התם שבט) ובירושלמי (כתובות פ"ג ה"ג) נאמר שהיה מנקבות דבית דוד<sup>18</sup>. אם זהו המצב אז כולנו (או לפחות כל זכר בישראל) רשאי לראות עצמו מועמד הגון לכהונת מלך המשיח, אבל גם לעוד כמה דברים ...

### ממלכת כהנים וכוהנות ממוזרים:

נחזור שוב על הנקודה העקרונית: ייחוס במובן ה"ר"ך" (מסלול ממני עד אדם שחי בעבר העובר גם דרך אבות וגם דרך אמהות) הוא חסר ערך לפחות כשמדובר על זמנים ארוכים. אם יש לדוד המלך צאצא כזה היום, אז בסיכוי של כמעט 100 אחוז כולנו צאצאים שלו.

כותב השורות חלף פעם ליד מניין שוויוני כלשהו, נדמה לי שהוא היה מזוהה עם התנועה הקונסרבטיבית, בדיוק בזמן ברכת הכהנים. למען האמת לא היה מדובר בברכה של כהנים בלבד, אלא בברכה על ידי כהנים וכהנות: הן הגברים הכהנים והן הנשים הכהנות עלו וברכו את העם, בשיוון מוחלט כפי שמתבקש משמו של המנין.

<sup>16</sup> ראה גם יכוח הרד"ק עם הנוצרים בספר הויכוחים (איזנשטיין) ע' 79.

<sup>17</sup> שאלה זהה ניתן לשאול גם על הטיעון החדש לפיו משיח היהודים אינו אלא הרבי המנוח מליובאביטש. כדי לבסס את דבריהם מראים החב"דים רשימה גניאולוגית המקשרת בין הרבי לדוד המלך (ראה כאן, [http://www.chabad.info/chabadpedia/index.php?title=%D7%99%D7%A2%D7%9E%D7%95%D7%93%D7%9E%D7%9C%D7%9A\\_%D7%9E%D7%91%D7%99%D7%AA\\_%D7%93%D7%95%D7%93#cite\\_note-8](http://www.chabad.info/chabadpedia/index.php?title=%D7%99%D7%A2%D7%9E%D7%95%D7%93%D7%9E%D7%9C%D7%9A_%D7%9E%D7%91%D7%99%D7%AA_%D7%93%D7%95%D7%93#cite_note-8), לדוגמה). ברשימה זו ישנה בעיה זהה, כי הייחוס עובר דרך אשה: דבורה לאה, בתו של בעל התניא.

<sup>18</sup> אני מודה לגיסי הרב יוסי פלאי שהפנה את תשומת לבי לנקודה זו.

זה גרם לי למחשבה מטרידה. אם רוצים להיות באמת שיוניים לא מספיק שהכנות (כלומר בנות כהן) תברכנה את העם. שוויון אמיתי פירושו שהן תורשנה את תכונת הכהונה לבניהן, בדיוק כמו שהזכרים מורשים, לא?

אבל לזה יש משמעות הרת גורל: אם תכונת הכהונה תורש הן לבנים והן לבנות של הכהן, הרי שהיא תלך ותתפשט בתוך העם היהודי, ממש כפי שיקרה אם נכריז על שם המשפחה כהן כ"מועדף" ונחייב כל מי שמתחתן עם בעל שם כזה (לא משנה אם הוא גבר או אשה) לשנות את שמו ל"כהן". זו בדיוק אותה דינמיקה שהוגדרה על ידי דרידה וצ'אנג, והתוצאה תהיה אותה תוצאה: ממלכת כהנים. [שעשעה אותי בזמנו המחשבה שזו כנראה הסיבה לכך שהיהודים הללו נוטים להנשא בנישואי תערובת: רק זרם מאסיבי של גויים שיכנס לתוך העם היהודי יוכל להציל אותנו ממצב בו כולם כהנים, וזה כנראה הפשט בפסוק "ממלכת כהנים וגוי קדוש" – כדי להנצל מממלכת כהנים יש להפוך את הגוי לקדוש]<sup>19</sup>.

והנה יישום של אותו קו מחשבה שכנראה ישעשע פחות אנשים. תכונה כמו "היות כהן" מורשת רק לבנים זכרים, כך גם היוחסין של לוי וישראל או אפילו של חלל או נתין. אבל מה לגבי ממזר? כידוע מהגמרא קידושין טז, בממזרות "הולד הולך אחר הפגום", כלומר הן הבן והן הבת יורשים מאביהם או מאמם את תכונת הממזרות, וזו מתפשטת הלאה לדורות הבאים באין מעצור. נמצא שאם במהלך הדורות התגנב ולו ממזר בודד לתוך עם ישראל, בודאות של כמעט מאה אחוז כלנו ממזרים, ואיני רואה שום דרך להתחמק מן התוצאה הזו. אין לדבר שום נפקות הלכתית, פרט לעובדה שאם נקבל זאת יהיה מותר לסתם אדם לשאת ממזר או ממזרת ודאים מפני שממזר מותר בממזרת, כמובן. היחידים שאולי אינם ממזרים הם גרים שמצטרפים לעם ישראל כיום, אבל מכיון שגור מותר בממזרת שוב אין בעיה.

בזמנו ניהלתי על הנקודה הזו ויכוח<sup>20</sup> מול הרבנים הדוקטורים מיכאל אברהם ומרדכי הלפרין. הם טענו באופן כללי שישנו דין מיוחד בספק ממזר<sup>21</sup> ובגדרי "משפחה שנטמעה"<sup>22</sup> והתוצאה ההלכתית

<sup>19</sup> דוגמה נאה לקצב המהיר בו מתפשטת תכונה "רכה" באוכלוסיה היא הזכות לרשת את הכתר הבריטי.

בשנת 1700 בערך, בנסיבות מסובכות, החליטו האנגלים כי הזכות למלוך עליהם תהיה מוקנית אך ורק לצאצאיה (משני המינים, כלומר צאצאים במובן הרך) של גברת בשם סופיה מהנובר, שהיתה אז הנסיכה הבוחרת של הנובר שבגרמניה. סופיה עצמה לא זכתה לרשת את הכתר, אבל בנה ג'ורג הראשון התמנה למלך והבריטים היו די מרוצים ממנו למרות, ואולי בגלל, קשיים קלים בתפקודו כמו העובדה שלא ידע אנגלית ואיש לא הבין מה בעצם הוא רוצה. מכל מקום, עד היום זכות הירושה של הכתר הבריטי מוענקת לצאצאיה של סופי. השיטה היחידה להפסל ולאבד את הזכות היא להצטרף לכנסיה הקתולית או לשאת אשה קתולית. מותר להתגייר או להתאסלם, רק לא להיות קתולי.

איך שלא יהיה, היום, לאחר 300 שנה - בערך 12 דורות - יש כ-5000 זכאים לכתר: קצב גידול של בערך פי 2 לכל דור, שהוא הגיוני (אולי אפילו קטן מהצפוי) בהנתן שכל אדם מוריש את הזכות לבניו וגם לבנותיו. בקצב הזה תוך עשרה דורות נוספים יהיו כל אזרחי בריטניה, ולא מעט אנשים במקומות אחרים בעולם, אי שם ברשימת ההמתנה לתפקיד המלך או המלכה. זה היה עלול להביא צרות רציניות שכן בזמנו החוק הבטיח אזרחות בריטית אוטומטית לכל מי שנמצא ברשימה, אלא שחוק זה בוטל אחרי שאיזה נאצי מהנובר ניצל אותו לרעה.

אגב, ג'ורג הראשון וגם מלכי בריטניה אחריו שמשו במקביל גם כמלכי הנובר – ממלכה לא קטנה באותה תקופה – אלא שבהנובר נהג החוק הסללי המבטיח את המלוכה רק לצאצאים זכרים (במובן הקשה) של המונרך. לכן כאשר עלתה המלכה ויקטוריה לשלטון בבריטניה היא לא יכלה לרשת את כתר הנובר, וזה עבר לאיזה בן-דוד שלה. החיים קשים.

<sup>20</sup> ראה כאן [http://www.bhol.co.il/forums/topic.asp?topic\\_id=2265004&forum\\_id=1364](http://www.bhol.co.il/forums/topic.asp?topic_id=2265004&forum_id=1364) מן העמוד

החמישי ואילך.

<sup>21</sup> "ממזר ודאי אמר רחמנא ולא ספק ממזר". לשאלה אם מדובר ב"היתר" מיוחד מעבר לכל ספיקא דאורייתא לקולא מדאורייתא ראה שב שמעתתא שמעתתא א', ומאמרי ב' שעלי דעת' ד' (שעלבים, תשמ"ו), עמ' 124. מעניין שמקבר התהום נזהרים (כלומר נזהרים מלהכנס למקום הקודש מחמת שנטמאנו בקבר התהום בסיכוי גבוה) אף שגם ספק טומאה ברה"ר לקולא.

היא שכל מי שלא ידוע בודאות שהוא ממזר (כאן ידיעה בודאות היא בניגוד לידיעה סטטיסטית, גם אם ההסתברות שלה גבוהה, לדוגמה במקרה שלנו ההסתברות גבוהה הרבה יותר מההסתברות לטעות בבדיקות DNA שמסתמכים עליהן ליוחסין גם בבי"ד רבניים) אינו ממזר. את זה אפשר להבין או קקולא מיוחדת בממזרות שספקה מותר, או בגדר של "ביטול" שהממזר מתערב בעם ישראל ו"קמא קמא בטיל" כמו באיסורי אכילה. אני ניסיתי להוכיח את דעתי מן הרמ"א<sup>23</sup> האוסר על נישואין עם קראים מפני שמעורבים בתוכם ממזרים, ואינו משתמש בהיתרים שהוצעו למרות שהם רלוונטיים לכאורה גם שם. הקורא המעונין מוזמן לעין בויכוח המקורי מעל דפי פורום האינטרנט "עצור כאן חושבים"<sup>24</sup>.

### מוטציות, שמות משפחה ו(שוב) תורת האבולוציה:

ראינו כי בחברה בגודל קבוע תהיה "השתלטות", במרוצת הזמן של שם משפחה יחיד. אין בנמצא, כמובן, מדינה כזו, מפני שבמצב בו לכולם יש את אותו שם משפחה הוא הופך לחסר ערך, אך לפי תורת גאלטון-וואטסון בדרך להשתלטות של שם יחיד נגיע למצב בו מספר קטן של שמות משפחה יופיעו באוכלוסיה בשכיחות גבוהה. עובדה זו כבר יוצרת בעיה חברתית בכמה מקומות. בקוריאה נקראים 45% מן הבריות באחד משלש שמות המשפחה לי, קים ו- פארק, ואילו בסין נושאים למעלה מתשעים מליון איש בגאווה את שם המשפחה Wang, מה שהופך חיפוש מספרי טלפון למשימה בלתי אפשרית וגורם למשטרה הדולקת אחרי פושעים לעצור את האנשים הלא נכונים. ה BBC דיווח<sup>25</sup> (12.6.2007) כי ממשלת סין מנסה לגרום לאנשים לתת שמות משפחה מקוריים לילדיהם, ובמסגרת זו היא מציעה את האפשרות להעניק לילד שם משפחה שהוא קומבינציה כלשהי של שם האב ושם האם, או בנוסח שפרסם העתון China Daily:

"If a father's family name is Zhou, and the mother, Zhu, the baby could have four options for the surname: Zhou, Zhu, Zhouzhu or Zhuzhou,"

..ההמממ

טוב, יש להודות שאין לי מושג כיצד לבטא את השמות הללו, אבל הנסיון הסיני מחזיר אותנו למושג שהגדרנו קודם, הן בהקשרי שם משפחה והן בהקשרים גנטיים: מוטציה. אם נדבר על תכונות המורשות מאב לבן, מוטציה היא מצב בו הבן אינו יורש את שם משפחתו של האב, לפחות לא בדיוק. במקרה של כרומוזום Y הדבר נובע מטעויות במנגנון ההעתקה הגנטי. במקרה של שמות משפחה מדובר בדרך כלל בהחלטה מודעת של אדם לשנות את שם משפחתו, ולפעמים באיות שגוי של השם שנגרר הלאה כאשר האדם מהגר מארץ לארץ.

התוצאה של גאלטון-וואטסון אותה ציטטנו לעיל לא לקחה בחשבון מוטציות. היא הניחה שכל בן מקבל בודאות את שם המשפחה של אביו וכי "מותם" של שמות משפחה נגרם בגלל שמספר הצאצאים משתנה באופן אקראי מדור לדור ויגיע בסופו של דבר לאפס. כעת אנו מבינים שיש גם גורם איבוד קבוע: חלק מן האנשים משנים את שם המשפחה שלהם, מה שמקטין את שכיחות שמות המשפחה הקיימים.

הפן השני של השפעת המוטציות הוא יצירה מתמדת של משפחות קטנות. במצב דמיוני בו מותר רק לאדם אחד לשנות את שמו כל פעם ואסור לשנות את השם לשם משפחה שקיים כבר, מוטציות פירושן יצירה מתמדת של משפחות בגודל של אדם אחד. לכן אם תיאורית גאלטון-וואטסון נתנה לנו

<sup>22</sup> קידושין עא. ראה שם "כסף מטהר ממזרים" ובפרט במאירי שם "ועל כיוצא בזה אמרו משפחה שנטמעה נטמעה ועל כיוצא בזה גם כן אמרו למטה ממזרי ונתיני טהורין לעתיד לבא שמאחר שהותרו על ידי ספק הותרו לעולם ואף בזמן שהנבואה מבררת", זה נשמע כמו הגדר של קמא קמא בטיל.

<sup>23</sup> אה"ע סוף סימן ד', ראה גם שו"ת מבי"ט סימן ל"ז וחזו"א פו"ר א לד.

<sup>24</sup> במהלך הויכוח עלו עוד טענות כמו שממזר אינו חי וכיו"ב, עין שם.

<sup>25</sup> <http://news.bbc.co.uk/2/hi/asia-pacific/6745259.stm>



את התחזית לפיה באוכלוסיה קבועה ישתלט שם משפחה יחיד וכל היתר ייעלמו, כאשר ישנן מוטאציות מצב זה לעולם לא יקרה: כל הזמן נוצרות משפחות חדשות, חלקן נעלמות וחלקן גדלות וכן הלאה.

כאשר ניגשים לענין בצורה מתמטית מתברר כי חברה סגורה שבה  $N_0$  אנשים המורשיים את שמות המשפחה לבניהם הזכרים, אבל מדי פעם מישהו משנה את שם משפחתו, תגיע למצב של שיווי משקל שבו יש התפלגות אחידה של גדלי משפחות, כלומר: יהיו הרבה שמות משפחה, וישנה פונקציה  $n_m$  שאומרת לנו מה הסיכוי כי שם משפחה שנבחר באקראי (כלומר נלקח בסיכוי שווה מרשימה של כל שמות המשפחה, בלי קשר למידת השכיחות שלהם) יהיה שם המשפחה של  $m$  אנשים.<sup>26</sup>

את הפתרון עבור הפונקציה  $n_m$ <sup>27</sup> הציג המתמטיקאי Warren Ewens בשנת 1972. לפי Ewens:

$$(1) \quad n_m \approx \frac{e^{-\mu m}}{m}$$

כאשר הפרמטר  $\mu$  קשור לקצב המוטציה, כלומר לסיכוי של פרט כלשהו לשנות את שם משפחתו. באופן איכותי, ככל שרווחת הנטיה לשנות את שם המשפחה כך נצפה לפחות "מגה משפחות". בקוריאה שם המשפחה השכיח ביותר, קים, מחזיק 22% מן האוכלוסיה, ואילו בסין שם המשפחה השכיח ביותר כולל כ-10% מן האוכלוסיה. לעומת זאת בארצות הברית יש רק 2.5 מיליון Smith ו-1.8 מיליון ג'והנסונים: פחות מאחוז אחד מכלל התושבים. אם אנו מניחים כי הדינמיקה של שמות המשפחה היא כפי שתארנו, ברור שהסיכוי שקוריאיני ישנה את שמו קטן בהרבה מהסיכוי שאזרח ארה"ב (או בריטי) יעשה זאת.

האם זה נכון? האמת היא שאנחנו לא יודעים. אולי בקוריאה אנשים משנים את שמם ל Kim כי זה שם שמקנה את הזכות להדחף ראשון בתור לרכבת. אולי שם המשפחה Wang מופיע אצל כל כך הרבה אנשים, בגלל שנושאי השם מעבירים באופן תורשתי נטיית יתר להולדת ילדים, או אולי בדורות קודמים הקפידו במשפחות הללו על היגיינה ולכן ילדיהם נפגעו פחות ממחלות. אפשר להמציא המון סיבות כדי להסביר מדוע נושאי שם משפחה מסוים "הצליחו" יותר מאחרים. רובנו נוטים לחשוב שלא זה המצב, כלומר שהסמיתים והג'והנסונים נמצאים במקום הראשון לא בגלל כישורי הילודה המסתוריים שלהם אלא פשוט בגלל מזל. כל זמן שמדובר על שמות משפחה, הכל טוב ויפה, אבל בנושאים אחרים אפשר לשמוע גם דעות מנוגדות בתכלית.

השאלה הבסיסית, שעולה לדיון בנושאים רבים, היא ההבחנה בין מזל לכשירות. פעמים רבות אנשים מניחים, אפילו במובלע, כי גדול = חזק (או טוב או חכם או ערמומי או רשע, תלוי אם מדובר על מין ביולוגי בעל תפוצה רחבה, פוליטיקאי ששולט לאורך זמן, מלחין מפורסם או עשיר שהרויח הון בעסקים). האפשרות שמנגד, גדול = בעל מזל, עולה הרבה פחות לדיון.<sup>28</sup>

המפורסמת מבין כל תורות הכשירות היא כמובן תורת האבולוציה של דארווין. תמונת העולם של דארווין מכילה את מושג כ"כשירות" (fitness) כגורם מפתח. אם ישנם שני אריות שהם זהים לחלוטין בכל תכונה שהיא פרט לכך שאחד מהם רץ יותר מהר, הרי שהסיכויים של האריה המהיר להשיג טרף יהיו גדולים יותר. בהנחה שכמות הטרף מוגבלת ומספיקה רק לאריה אחד, סביר להניח שהאריה האיטי ימות; בכל מקרה האריה המהיר יהיה בריא יותר חזק יותר ושבע יותר, לכן הוא ינצח את האריה האיטי והרעב במרוץ להשגת בת זוג. השורה התחתונה היא שלאריה המהיר יהיו בממוצע

<sup>26</sup> שימו לב שיש הבדל בין המצב בו בוחרים שם משפחה באופן אקראי לבין מצב שבו בוחרים אדם באקראי ושואלים לשם משפחתו. במקרה השני נקבל הטיה לטובת שמות משפחה בעלי שכיחות גבוהה.

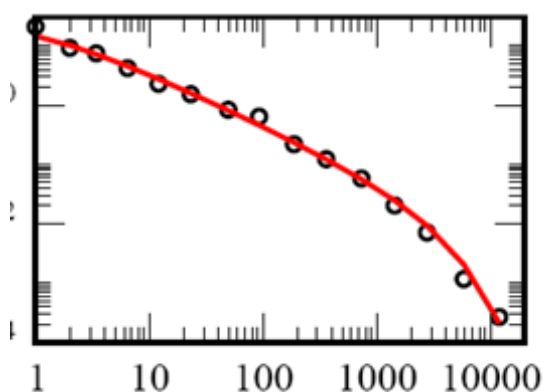
<sup>27</sup> למען האמת הוא פתר שאלה כללית יותר אבל נציג את זה כך למען הפשטות.

<sup>28</sup> כאן המקום להזכיר את ספריו של נסים טאלב, "תעתועי האקראיות" ו"הברבור השחור", המוקדשים לשאלה זו.

יותר צאצאים, ומכיון שתכונות כמו מהירות עוברות בתורשה (המהירות קשורה לשרירי הרגל, נאמר) הרי שיטתו סיכוי יותר גדול שבדור הבא האריות יירשו את תכונת המהירות. במרוצת הדורות, אמר דארווין, יעלמו האריות האיטיים וישארו רק המהירים. בינתיים יכולה להופיע מוטציה חדשה: יכול להיות שנולד אריה עם בעיות בלב, או אריה עם צבע שונה שמאפשר לו להסתוות היטב בסוואנה. מוטציות גרועות (כמו בעיות בלב) נעלמות, מוטציות טובות (כמו הסוואה) מקנות לבעליהן יכולת השרדות ולכן הן יישארו ויתפשטו באוכלוסיה. זה, אמר דארווין, המנגנון המניע את האבולוציה: **שרידת הכשירים**. בכל אוכלוסיה נולדים צאצאים בעלי מגוון תכונות, הטובים נשארים, הגרועים נעלמים, ולכן מגוון התכונות "זורם" לאורך הדורות.

אם נשוה תכונה כמו "לרוץ מהר" עם תכונה כמו "שם משפחה" נבחין מייד בדמיון ובשוני. כמו בשמות משפחה כך גם במוטציות גנטיות (כמו המוטציה הגורמת לאריה לרוץ מהר יותר) ניתן להניח שהמוטציה עצמה היא אקראית: ברמת הגנום היא קורה בגלל כשלים כימיים בתהליך השכפול של ה DNA, ואילו אנשים משנים את שמם מכל כך הרבה סיבות שונות ומשונות עד שהתוצאה הסופית של שינויים רבים נראית גם כן אקראית למדי.

ההבדל הגדול הוא בשאלה מה קורה לאחר שהופיעה אותה מוטציה. סביר להניח כי ברוב החברות, ברוב הזמנים ולגבי רוב שמות המשפחה, השם הוא פחות או יותר תכונה ניטרלית. התרומה שלך לתפוצת שם המשפחה (כלומר מספר הצאצאים שלך שישאו את השם) לא ממש תלויה בשאלה אם שמך קסלר או סמית או ג'ונס או כהן. לעומת זאת לפי דארווין לאריה המהיר, ולצאצאיו (חשוב עליהם כעל אלו שנושאים את שם המשפחה "מהיר") יהיו יותר צאצאים בממוצע ולכן שכיחותם באוכלוסית האריות תגדל מהר מאד. את ההנחה שכיח=חזק ביטא דארווין בפירושו בספרו כאשר אמר כי: "כאשר אנו מביטים בצמחים ובשיחים המכסים את שפת הנהר, אנו מתפתים לייחס את מספרם וסוגיהם למה שאנו קוראים מזל, אך איזו טעות היא זו!".



טעות? לפני כעשר שנים הסעיר סטיב האבל את עולם המדע כאשר הציג את הגרף שמשמאל (אין תמונה התמונה המקורית אלא עיבוד שלנו של אותן תוצאות). נסביר מה אנו רואים כאן: העיגולים מיצגים את הסיכוי הסיכוי למצוא  $m$  פרטים עם שם משפחה שנבחר באופן אקראי. כפי שאנו רואים יש הרבה שמות משפחה קטנים (אלו העיגולים שמשמאל, כלומר יש סיכוי גבוה שמספר האנשים שמחזיקים בשם משפחה שנבחר באקראי הוא נמוך) ומעט שמות משפחה גדולים (העיגולים מימין: משפחות גדולות, סיכוי

קטן). הקו האדום ש"תופר" את העיגולים הוא התחזית התיאורטית לפי הנוסחה (1) שהצגנו לעיל. כמעט כל אחד יסכים שההתאמה בין התחזית התיאורטית לבין הנתונים היא ממש טובה.

ובכן, מה לזה ולדארווין? התשובה היא ששיקרו לכם. העיגולים בגרף לא נלקחו מסטטיסטיקה של שמות משפחה, אלא מתחום איר לגמרי: סטטיסטיקת שכיחויות של עצים ביער הטרופי. במרכז של תעלת פנמה יש אי, Barro-Colorado Island, שבו יש מקטע של ג'ונגל, בו כ 300000 עצים, המנוטר בקפדנות על ידי המכון הסמיתסוני. בין היתר שויך כל אחד מעצים הללו לפי מינו, ומה שאנו רואים בתמונה הוא את הסיכוי של מין שנבחר באופן אקראי להיות מיוצג על ידי  $m$  עצים בתוך אותו ג'ונגל.

האבל טוען, אם כך, שאין שום צורך במושג הכשירות של דארווין בכדי להסביר מדוע מין מסוים של עצים הוא מאד שכיח והאחר נדיר. מבחינתו ניתן וצריך להניח כי לכל המינים ביער הטרופי אותה כשירות בדיוק; כל מין מתרבה לאורך הדורות בתהליך אקראי מהסוג של גאלטון-וואטסון ועובר מוטציות ניטרליות, שגורמות ליצירת מינים חדשים אבל אינן משנות את כשירותו היחסית. מינים ביולוגיים מתנהגים בדיוק כמו שמות המשפחה, והתוצאה היא סטטיסטיקה זהה. הטיעון

הפרובוקטיבי הזה גרם זעזוע עמוק בקהילת האקולוגים, והיכוח הזועם סביב הנושא ממלא את דפי העיתונים המדעיים היוקרתיים ביותר גם בשעה ששורות אלו נכתבות.

טוב ויפה, אם כך. הסטטיסטיקה של שמות משפחה מסבירה שכיחות יחסית של עצים. אבל איפה הנתונים לגבי שמות המשפחה עצמם? מדוע איננו מציגים גרף, כמו זה שהראינו קודם, המראה את שכיחות שמות המשפחה בחברה מסוימת ואת ההתאמה שלה עם נוסחה (1)? התשובה היא ששוב שיקרנו לכם. שמות המשפחה בעולם פשוט לא מצייתים לסטטיסטיקה ה"נכונה" המתקבלת מתהליך גאלטון-וואטסון. כדי להבין את הסיבה עלינו לחזור לנקודה בה פתחנו את המאמר הזה: לקצב הגידול של אוכלוסית בני האדם.

## שמות משפחה באוכלוסיה גדלה

לאור הנתונים שהראינו בתחילת המאמר עבור גידול האוכלוסיה באנגליה, אפשר להבין מדוע המודלים שאותם הצגנו לעיל, אלו של גאלטון-וואטסון ו Ewens, לא מצליחים להסביר את הסטטיסטיקה הנצפית של שכיחות שמות המשפחה. הנחת היסוד של כל החשבונות הללו היתה שמדובר באוכלוסיה קבועה בת  $N_0$  פרטים. הנחה זו סבירה למדי לגבי העצים ביער הטרופי, אבל היא פשוט שגויה לגבי חברות אנושיות. כפי שאנו רואים, אפילו בחברה הקדם-תעשייתית היה קצב גידול לא זניח שהביא, באנגליה, לעליה של גודל האוכלוסיה ממיליון לעשרה מיליון במשך 700 שנה. אולי במשקפים של היום אין זה נראה הרבה, אבל בהשוואה למינים ביולוגיים אחרים עדיין מדובר בעליה דרמטית.

איך זה משפיע על התפלגות השכיחויות? קל להבין את זה אם נחזור למודל של גאלטון-וואטסון. הם הניחו שלכל אדם יש בממוצע צאצא אחד הנושא את שמו, אם נלך לדוגמה ספציפית, נניח שם משפחה המועבר בידי זכרים כאשר לכל זכר באוכלוסיה יש בסיכוי שווה שני בנים או שתי בנות (אפס בנים). ברור, אם כך, ששם משפחה המוחזק בידי אדם בודד יהפוך, בדור הבא, לשם משפחתם של שני אנשים בסיכוי של 50 אחוז ויעלם (יהיה שם של אפס אנשים) באותו סיכוי. בדומה קל להשתכנע כי הסיכוי של משפחה בת 100 אנשים להפוך, בדור הבא, למשפחה של 110 זהה לסיכוי שהיא תהפוך למשפחה בגודל 90, כלומר גדלי המשפחות "קופצים" באופן אקראי ימינה או שמאלה על ציר הגודל. מכיוון שכל משפחה שתגיע במהלך קפיצותיה האקראיות לגודל אפס תיעלם לנצח, ברור שבמרצת הזמן זה יקרה לכל שם וזה הבסיס לתוצאה לפיה כל השמות נעלמים. הדבר שקול לטענה לפיה שיכור מוחלט הפוסע ימינה או שמאלה באופן אקראי ואשר במרחק מסוים לשמאלו נמצאת תהום יפול בוודאות לתוכה, במוקדם או במאוחר, בלי תלות במרחק ההתחלתי שלו משפת המצוק.

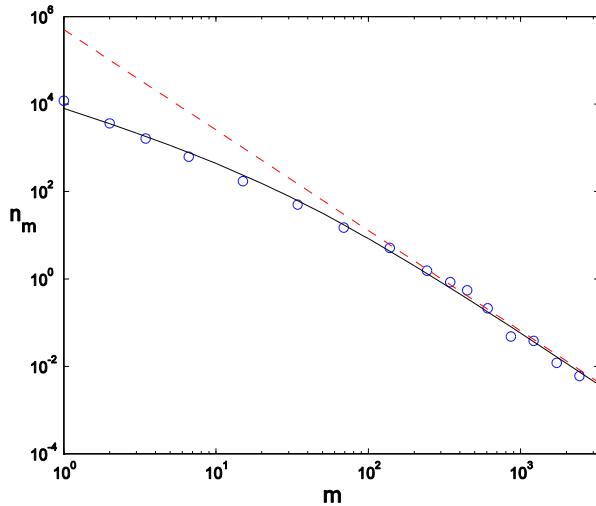
במצב בו האוכלוסיה גדלה הדברים שונים. אם כל אדם משאיר שלשה בנים או שלש בנות בסיכוי שווה, משפחה בגודל 1 תגדל בממוצע אחרי דור אחד למשפחה בגודל 1.5, או לחילופין הסיכוי של שם משפחה לגדול מ 100 ל 110 יהיה יותר גדול מהסיכוי שלו לקטון ל 90. זהו איזשהו מצב ביניים בין השיכור המוחלט שפוסע ימינה או שמאלה באופן אקראי לבין אדם פיכח הפוסע רק ימינה כדי להגדיל ככל האפשר את המרחק ממנו אל התהום. עדיין ברור שקצת מזל רע עלול לחסל משפחות קטנות, אבל משפחות גדולות כבר אינן פגיעות כל כך וסביר להניח שהן לעולם לא ייעלמו.

יוסי מרובקה, דייד קסלר ואנוכי פיתחנו לאחרונה מכשיר מתמטי חדש<sup>29</sup> הפותר את הבעיה, תוך שאנו מרחיבים עבודה קודמת של סוזנה מנרוביה ודמיאן זנאט. אנו מרחיבים את המודל המקורי של גלטון ווטסון בשני מובנים: ראשית, יש מוטציות. כל אדם מוריש את שם משפחתו למספר אקראי של

<sup>29</sup> The Birth-Death-Mutation process: a new paradigm for fat tailed distributions, Yosi Maruvka, David Kessler and Nadav Shnerb, <http://arxiv.org/abs/1011.4110>. Universal features of surname distribution in a subsample of a growing population Yosi Maruvka, Nadav Shnerb, David Kessler, Journal of Theoretical Biology, 262, 245-256 (2010).

צאצאים, אך כל אחד מאותם צאצאים יכול למאוס בשם המשפחה ולשנות אותו לשם חדש. בנוסף לכך גודל האוכלוסיה אינו קבוע: מספר הצאצאים הממוצע של אדם גדול (או קטן) מאחד, כך שהאוכלוסיה הולכת וגדלה או קטנה (כמובן המקרה של אוכלוסיה קבועה הוא מקרה פרטי של התיאוריה שלנו).

מתברר שיש לנו בסופו של דבר שני פרמטרים: קצב הגידול של האוכלוסיה והסיכוי שפרט ישנה את



שם משפחתו. בעזרת שני פרמטרים אלו ניתן לקבל ביטוי מתמטי עבור מספר המשפחות  $n$  שגודלן  $m$ .

כמה זה עובד? זאת ניתן לראות בציור משמאל, המתאר את התפלגות שמות המשפחה כפי שתועדה במפקד האוכלוסין של שנת 1790 בארצות הברית. לקחנו תוצאות של מפקד כה ישן משתי סיבות: ראשית, באותו זמן היתה האוכלוסיה בארה"ב ממקור אנגלי בעיקרו וגלי ההגירה הגדולים עוד לא הכניסו שמות משפחה זרים בכמות גדולה. שנית: רצינו תוצאה שבאה מאוכלוסיה עם פחות או יותר קצב גידול קבוע, כדי שנוכל לקחת את קצב הגידול

כנתון ולא נצטרך להתחשב במהפך הדמוגרפי של העת החדשה. ניתן לראות את ההתאמה היפה של המודל (קו שחור רציף) לתוצאות האמפיריות (עיגולים כחולים). כאשר הרחבנו את התיאוריה וכללנו גם אפשרות לשני קצבי גידול הצלחנו לקבל התאמה יפה גם לתוצאות מפקד האוכלוסין של שנת 2000 בארצות הברית.

התובנות החדשות מאפשרות לנו גם לומר משהו על התוצאות שהצגנו קודם, בקשר לממזרות או ליחוס לבית דוד, באוכלוסיה גדלה. מתברר כי הרעיון לפיו תכונה המורשת לזכרים ונקבות כאחד, כמו ממזרות, "כובשת" מהר את האוכלוסיה, נכון עוד יותר כאשר האוכלוסיה גדלה, כך שכל הטיועונים שהוצגו לעיל תקפים. לגבי ההשמדה הודאית של שלשלת בן אחר בן, כאן ישנו הבדל, אבל הוא קטן מאד בקצבי הגידול הזעירים ששחזרנו לגבי אוכלוסית בני אדם.