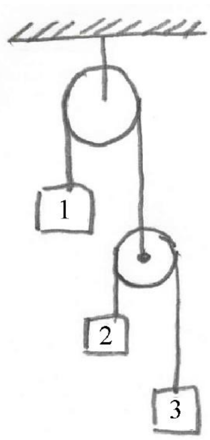
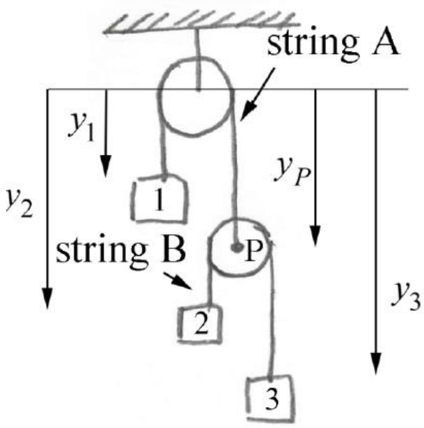


1. שלש מסות שונות, m_1 m_2 m_3, תלויות על שתי גלגלות באופן שנראה משמאל. לשתי הגלגלות רדיוס זהה R, הגלגלת העליונה יכולה להסתובב אבל מיקומו של מרכז המסה שלה נשאר קבוע. הגלגלות והחוטים חסרי מסה, אורך החוטים קבוע.

א. מצא את הקשר בין תאוצת הגופים 1 ו 3, כאשר התאוצה נמדדת ביחס לקרקע. (5)
ב. העתק את הציור למחברת הבחינה ותן free body diagram עבור על אחת מן המסות. (5)
ג. מצא את תאוצות המסות ואת המתיחויות בחוטים השונים. (7)



מעבר לדיאגרמה, מה שצריך להבין בשאלה הזו הוא את האילוצים. בפרט, אם נשתמש במערכת הקואורדינטות שמשמאל:

$$y_1 + y_p = const$$
$$(y_2 - y_p) + (y_3 - y_p) = const$$
$$\Rightarrow a_1 = -a_p$$
$$a_2 + a_3 = 2a_p$$
$$a_2 + a_3 + 2a_1 = 0$$

לגבי המתיחויות, מכיוון שהגלגלת חסרת מסה $2T_B = T_A$.

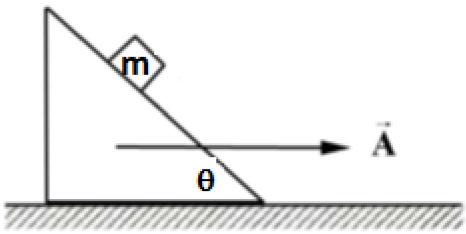
משוואות הגופים

$$m_1 a_1 = m_1 g - T_A = m_1 g - 2T_B$$
$$m_2 a_2 = m_2 g - T_B$$
$$m_3 a_3 = m_3 g - T_B$$

נחלק כל משוואה ב m ונחבר

$$2a_1 = 2g - \frac{4T_B}{m_1}$$
$$a_2 = g - \frac{T_B}{m_2}$$
$$a_3 = g - \frac{T_B}{m_3}$$
$$0 = 4g - T_B\left(\frac{4m_2m_3 + m_1m_3 + m_2m_1}{m_2m_1m_3}\right)$$
$$T_B = \frac{4gm_2m_1m_3}{4m_2m_3 + m_1m_3 + m_2m_1}$$

וכל היתר אלגברה

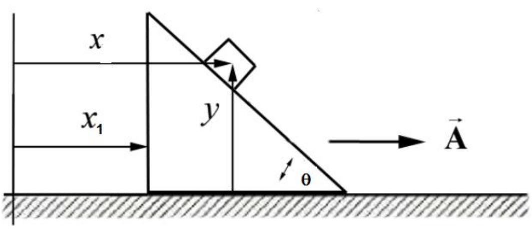


מסה m נמצאת על מישור משופע חסר חיכוך בעל זוית בסיס θ, המישור עצמו נע בכיוון x בתאוצה קבועה A, תאוצת הנפילה החפשית בכיוון מטה היא g. המסה חייבת להשאר על המישור.

ד. מצא (בתלות בפרמטרים האחרים של הבעיה) מהם ערכי A עבורם המסה תנוע במורד המישור (כלומר ערכי y של מרכז המסה שלה יקטנו), ומהם ערכי A עבורם המסה תנוע במעלה המישור. (6)

ה. עבור המקרה θ=45°, מצא את תאוצת המסה ביחס לרצפה (כלומר ביחס לצופה העומד מן הצד) עבור כל A. (6)

ו. בתנאי סעיף ה', מהו הכח הנורמלי שמפעיל המישור על המסה? (4)



נשתמש במערכת הקואורדינטות

במערכת זו האילוץ הוא

$$\frac{h-y}{x-x_1}=tg\theta$$

$$a_y=(\ddot{x}_1-a_x)tg\theta=(A-a_x)tg\theta$$

נצרף את שתי המשוואות

$$a_x=\frac{N}{m}\sin\theta$$

$$a_y=\frac{N}{m}\cos\theta-g$$

ונקבל (עולה אם a_y חיובי) (אפשר לקבל את אותן התוצאות יותר בקלות אם מציבים כח דמיוני mA בכיוון (-x)

$$N=m(A\sin\theta+g\cos\theta)$$

$$a_x=A\sin^2\theta+g\cos\theta\sin\theta=\sin\theta(A\sin\theta+g\cos\theta)$$

$$a_y=A\cos\theta\sin\theta-g(1-\cos^2\theta)=\sin\theta(A\cos\theta-g\sin\theta)$$

לכן אם הזוית היא 45 מעלות

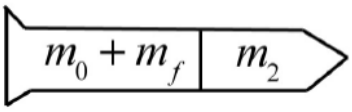
$$a_x=\frac{A}{2}+\frac{g}{2}$$

$$a_y=\frac{A}{2}-\frac{g}{2}$$

$$|a|=\sqrt{\frac{A^2+g^2}{4}}$$

$$N=\frac{m(A+g)}{\sqrt{2}}$$

2. חללית מורכבת משני חלקים. החלק האחורי הוא מיכל שמסתו m_0 והוא מכיל דלק שמסתו m_f, החלק הקדמי מסתו m_2 כנראה בציור. החללית נמצאת באזור בו השפעת הגרביטציה היא זניחה.

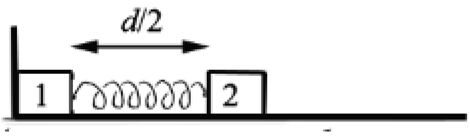


א. בזמן t=0 החללית מתחילה לשרוף את הדלק והוא יוצא בצורת סילון גז שמהירותו **ביחס לחללית** u [הגז נפלט בכיוון השלילי של ציר x , ובאופן כללי התנועה היא חד ממדית]. בזמן t_f נשרף כל הדלק. מהי מהירות החללית ביחס לצופה מן הקרקע בזמן t_f ? (10)

משוואת הרקטה
$$dv = -u\int_{m_0}^{m_1}\frac{dm}{m} \Rightarrow v_f = -u\ln\left(\frac{m_0+m_2}{m_0+m_2+m_f}\right)$$

ב. לאחר שכל הדלק נשרף, מופעלים מטעני נפץ המנתקים את החלק האחורי מן הקדמי, כך שהחלק האחורי נע עכשיו במהירות v_1 ביחס לחלק הקדמי. מה מהירותו של החלק הקדמי ביחס לצופה מן הצד לאחר הפעולה הזו? (7)

שימור תנע
$$(m_0+m_2)v_f = m_0v_0 + m_2v_2$$
$$v_2 - v_0 = v_1$$
$$v_2 = v_f + \frac{m_0v_1}{m_0+m_2}$$



שתי מסות לא זהות מחוברות ביניהן בקפיץ שאורך המנוחה שלו d. מסה 1 מוגבלת על ידי קיר כך שאינה יכולה לנוע שמאלה, ואילו מסה 2 נמצאת במרחק d/2 ממסה 1. שתי המסות במנוחה והמשטח חסר חיכוך.

ג. מהי האנרגיה הכוללת של המערכת במצב זה? (4)

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

ד. משחררים את מסה 2 לנפשה. מיד לאחר השחרור, מה עושה מרכז המסה של המערכת? האם הוא (נמק!) (6)

i. נע ימינה במהירות קבועה
ii. נע שמאלה במהירות קבועה
iii. במנוחה

iv. מאיץ שמאלה

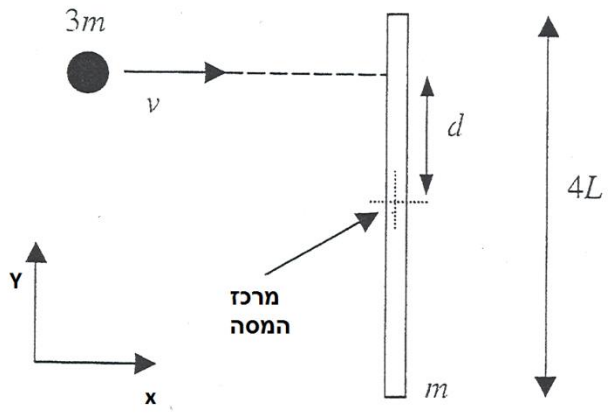
v. מאיץ ימינה

מכיוון שגוף היחיד המפעיל כח חיצוני על המערכת (שתי המסות פלוס הקפיץ) הוא הקיר, מרכז המסה יאיץ ימינה.

ה. חזור על ד' כאשר מסה 2 נמצאת ב x>d. (6)

במצב זה אין כח חיצוני שפועל על המערכת לכן מרכז המסה ינוע ימינה במהירות קבועה.

3. מקל דק ואחיד שארכו 4L ומסתו m נמצא במנוחה על משטח חסר חיכוך. כדור פלסטלינה שמסתו 3m נע במהירות v_0 בכיוון x ובזמן t=0 הוא פוגע במקל במרחק d ממרכז המסה שלו (ראה ציור) ונדבק אליו. ניתן להזניח את רדיוס כדור הפלסטלינה, כלומר להתייחס אליו כאל מסה נקודתית.



א. היכן נמצא מרכז המסה של המערכת מקל + פלסטלינה מיד לאחר ההתנגשות? (3)

אם נניח את הנקודה y=0 במרכז המקל, יהיה מרכז המסה לאחר הפגיעה ב $y = 3d/4$

ב. מהו מומנט האינרציה I_0 של המקל (בלבד) לפני הפגיעה? (5)

ביחס למרכז המסה של המקל, מומנט האינרציה הוא $I_0 = \frac{m(4L)^2}{12} = \frac{4mL^2}{3}$

ג. מהו מומנט האינרציה I_1 של המקל + הפלסטלינה לאחר הפגיעה? (5)

ביחס למרכז המסה של המערכת לאחר הפגיעה (שמצאנו בסעיף א) ניתן לחשב בעזרת משפט הציר המקביל

$$I_1 = \frac{4mL^2}{3} + m\frac{9d^2}{16} + 3m\frac{d^2}{16} = \frac{4mL^2}{3} + \frac{3md^2}{4}$$

ד. מהו ערכו של d שעבורו כמות האנרגיה שהופכת לחום בפגיעה תהיה **הנמוכה ביותר**? (5)

מהירותו של מרכז המסה של המערכת לאחר הפגיעה לא תלויה בגובה d שבו פוגעת הפלסטלינה (גובהו של מרכז המסה לא משתנה לפני ואחרי הפגיעה, ומהירותו קבועה כי פועלים במערכת רק כוחות פנימיים. ניתן לראות זאת גם מהשימוש בחוק שימור התנע בסעיף הבא). האנרגיה הקינטית לאחר הפגיעה היא $E = \frac{1}{2}(4m)v_{c.m}^2 + \frac{1}{2}I_1\omega^2$, לכן היא תהיה מקסימלית אם המהירות הזויתית סביב מרכז המסה תהיה מקסימלית.

מהירות זויתית זו משקפת את התנע הזויתי של הפלסטלינה לפני הפגיעה, שהוא $mv_0d/4$ ואם כך ברור שאנו רוצים (כדי להגדיל את האנרגיה הקינטית ולהקטין את האיבוד לחום) d כמה שיותר גדול, כלומר המסה צריכה לפגוע בקצה העליון של המוט.

ה. מצא את מהירות מרכז המסה של המערכת (מקל+פלסטלינה) v_1,

שימור תנע, $3mv_0 = 4mv_{cm} \Rightarrow v_{cm} = 3v_0/4$

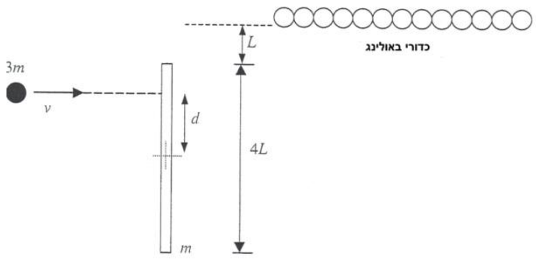
ואת המהירות הזויתית של המערכת סביב מרכז המסה שלה, ω, מיד לאחר ההתנגשות. (5)

שימור תנע זויתי, $$\frac{3mv_0 d}{4} = I_1\omega \Rightarrow \omega = \frac{3mv_0 d}{4I_1} = \frac{v_0}{d\left(1+\left(\frac{4L}{3d}\right)^2\right)}$$

ו. מה המרחק שיעבור מרכז המסה בכיוון x עד שהמקל יגיע מחדש למצב אנכי, כלומר יהיה מונח לאורך ציר y? (5)

חצי סיבוב לוקח $T = \frac{\pi}{\omega}$ ומציבים v מסעיף קודם

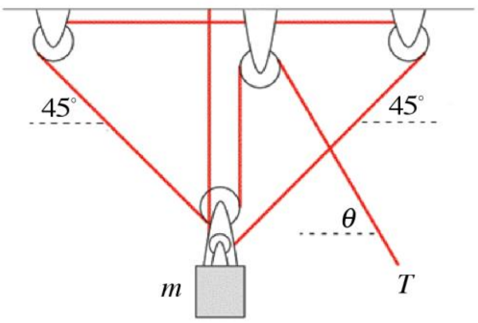
ז. כעת נניח כי שורה ארוכה של כדורי באולינג מונחת במרחק L מעל קצה המקל. מהו הערך המקסימלי של d עבורו המקל לא יפגע בכדורי הבאולינג? (5)



מרכז המסה נע בקו ישר והמקל מסתובב סביבו. מכיוון שמרכז המסה הוא במרחק $3L-3d/4$ משורת כדורי הבאולינג, והמרחק המקסימלי ממרכז המסה לאחד מקצוות המקל הוא $2L+3d/4$, נקבל את התנאי

$$d < \frac{2L}{3}$$

4. א. מסה תלויה על ארבעה חבלים (קוים אדומים, ראה ציור) המחוברים דרך שלש גלגלות לתקרה ולקצה הימני בו פועל על החבל כח T שכיוונו בכיוון המשך החבל. הגלגלות והחבל חסרי מסה ואין חיכוך בבעיה. תאוצת הנפילה החפשית היא g. כל הגדלים המופיעים בציור נתונים, פרט למסה m. בחר את התשובה הנכונה מן הבאות וגבה אותה בחישוב. (7)



1) $m = 4T / g$

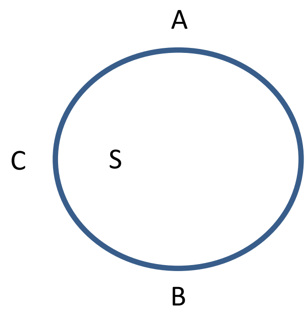
2) $m = 4T \sin\theta / g$

3) $m = T(2+\sqrt{2})\sin\theta / g$

4) $m = T(2+\sqrt{2}) / g$

5) $m = 5T / g$

המתיחות בחוטים אחידה ולכן ד'

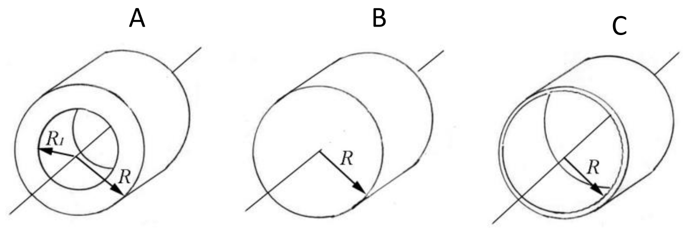


ב. גוף נע במסלול מעגלי, **נגד** כיוון השעון כך שווקטור התאוצה שלו מופנה כל הזמן לעבר הנקודה S שבציור. מצא את המשפט הנכון (אין צורך לנמק, רק לכתוב בבהירות במה בחרת) (7)

1. בנקודות המסומנות B A ו C הגוף מאיץ (כלומר הערך המוחלט של מהירותו גדל).
2. בנקודות המסומנות B A ו C הגוף מאט (כלומר הערך המוחלט של מהירותו קטן).
3. מאיץ ב A, מאט ב B
4. מאט ב A, מאיץ ב B
5. מאט ב C
6. מאיץ ב C
7. אין אפשרות לבצע תנועה כזו.

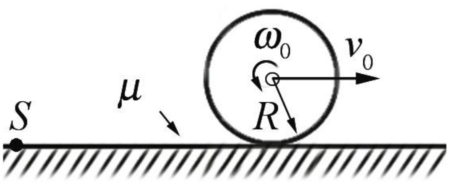
ב C התאוצה מאונכת למסלול לכן הערך המוחלט של ווקטור המהירות קבוע. ב A לתאוצה יש רכיב בכיוון ההתקדמות של החלקיק לכן המהירות תגדל בערכה המוחלט, ואילו ב B היא תקטן בערכה המוחלט. התשובה, לכן, היא 3.

ג.לשלשת הגופים שבציור משמאל יש את אותה מסה. למי מהם יש מומנט אינרציה יותר גדול? נמק. (5)



ברור של C, כיוון שהמסה שלו "רחוקה" יותר מציר הסיבוב.

ד. הגלגל שבציור משמאל נע על משטח ישר בעל מקדם חיכוך μ. נתון כי בזמן t=0 מרכז המסה של הגלגל נע במהירות v_0 בכיוון ימינה ובאותו זמן הגלגל מסתובב במהירות זויתית ω_0 נגד כיוון השעון סביב מרכז המסה שלו (ראה ציור). לאחר זמן מה הגלגל עובר למצב של גלגול **בלי** החלקה עם מהירות מרכז מסה v_f ומהירות זויתית ω_f סביב מרכז המסה. מסת הגלגל m ומומנט האינרציה שלו סביב מרכז המסה הוא I_{cm}.



מצא מה המשפט הנכון והסבר את בחירתך: (7)

1) $mRv_0 + I_{cm}\omega_0 = mRv_f + I_{cm}\omega_f$

2) $mRv_0 - I_{cm}\omega_0 = mRv_f + I_{cm}\omega_f$

3) $mRv_0 + I_{cm}\omega_0 = mRv_f - I_{cm}\omega_f$

4) $mRv_0 - I_{cm}\omega_0 = mRv_f - I_{cm}\omega_f$

רמז: חשוב על התנע הזויתי ביחס לנקודה S המסומנת בציור.

מכיוון שהכח פועל במקביל לקו המחבר את S לנקודת המגע של הגלגל ברצפה, התנע הזויתי ביחס ל S נשמר, לכן (2)

ה. במצב המתואר בסעיף ד בזמן t=0, מה הוא גודלו וכיוונו של כח החיכוך הפועל על הגלגל? הנח כי התנועה מתנהלת לאורך ציר x והכיוון החיובי הוא כיוון החץ המתאר את v_0. (7)

בסופו של דבר עתיד הגלגל להתגלגל ללא החלקה. אם מרכז המסה ינוע ימינה במצב הסופי זה אומר שכיוון הסיבוב התהפך לכן הכח חייב להיות בכיוון מינוס x. אם מרכז המסה ינוע שמאלה זה אומר שכיוון התנע הקווי התהפך, ושוב הכח חייב להיות בכיוון מינוס x.